ПРОФ. І. ШОВГЕНІВ

ГІДРАВЛІКА ПІДЗЕМНИХ ВОД

УКРАЇНСЬКИЙ ГРОМАДСЬКИЙ ВИДАВНИЧИИ ФОНД

ПРАГА

І.ШОВГЕНІВ

ГІДРАВЛІКА

Друкує «Legiografie», Praha XIII, Sámova 665.

ПРОФ. І. ШОВГЕНІВ

ГІДРАВЛІКА ПІДЗЕМНИХ ВОД

ПІДРУЧНИК ДЛЯ ГІДРОТЕХНІКІВ І МЕЛІОРАТОРІВ

З 34 РИСУНКАМИ Й 17 ТАБЛИЦЯМИ В ТЕКСТІ

ПРАГА

УКРАЇНСЬКИЙ ГРОМАДСЬКИЙ ВИДАВНИЧИЙ ФОНД

1929

Присвячую моїй любій дружині

ВІД АВТОРА

Питанням про утворення й рух підземних вод присвячено до цього часу досить багато дослідів і теоретичних праць, особливо після опублікування дослідів H. Darcy в р. 1856. І тепер ці питання, важливі й складні, часто обговорюються на сторінках ріжних журналів (Der Kulturtechniker, Annales der Physik, Известия Научно-Мелиорационного Института, Sborník výzkumných ústavů zemědělských, Inżynierja rolna *і т. п.). Одначе, не тільки в мові українській, але й, оскільки мені відомо, в жадній іншій нема ще такої праці з гідравліки підземних вод, що в стислій формі давала б істоту ріжних теорій щодо цих вод і показувала б, як ці теорії можна застосовувати для розвязування практичних завдань. Для того, щоб допомогти в цьому напрямку гідротехнікам та меліораторам, я й написав цю працю (Фрагмент її був надрукований в Збірнику Спілки техніків сільського господарства при Українській Господарській Академії й викликав прихильні критичні статті проф. Опокова й проф. Ланге). Вона торкається переважно гравітаційного руху підземних вод, себто такого руху, коли вода тече між частинками грунту тяглою, нерозривною масою під впливом сили земного притягу. Рух вод, залежний од сил капілярних, або від пружности газів та пари, треба розглядати окремо. Працю про такий рух підготовляю до друку.*

За видання цієї праці приношу мою щиру подяку Українському Громадському Видавничому Фондові, що охоче пішов мені назустріч, не дивлячись на дуже тяжкі умови, в яких знаходиться тепер видання кожної української технічної книжки.

При підготовленні цієї праці охоче допомагав мені в питаннях вищої математики доцент У. Г. Академії д-р. п. С. Романовський, а при компонуванні й виконанні рисунків студент Академії п. Ярошевський, яким я теж на цім місці сердечно дякую.

29. III. 1929. *Професор І. Шовгенів.*

Варшава.

§ 1. ВСТУП.

Вода в крапельному стані проходить у земну кору приблизно до глибини 18.500 метрів, займаючи порожнечі й дрібні шпари в такому об'ємі v земної кулі:

$$V = \frac{4}{3} \pi (6370^3 - 6351,5^3) \text{ кілометрів}^3,$$

себто $$V = 9.574.022.563.752 \text{ куб. кілом.}$$

Згідно з обрахунками французького вченого Delesse'а, вода займає власне біля $^1/_8$ приведеного об'єму, а саме — біля 1200 мілійонів куб. кілометрів.

Уже сама ця величезна кількість підземної води дає підставу твердити, що роля її в житті поверхневого шару земної кулі є дуже велика, і що всі явища, звязані з існуванням цієї води, треба старанно вивчувати.

Питання про походження підземних вод і до цього часу не є з'ясоване цілковито. До 18 століття була поширена думка, що підземні води походять від просочування в середину материка води океанів. Далі французький фізик Маріот запропонував інфільтраційну теорію, згідно з якою всі підземні води утворюються виключно з атмосферних опадів, від просочування їх в грунт. Ця теорія трималася до другої половини XIX століття, але вона не могла дати відповіди на багато питань, і тому на зміну їй німецький гідролог Фольгер дав іншу теорію, згідно з якою жадна крапля підземної води не твориться з атмосферних опадів, а походить із водяної пари повітря, яке порушується між шпарами грунту. Нарешті в р. 1908 Mezger, а в р. 1913 Лебедев прийшли до висновку, що творення грунтової води шляхом конденсації можна пояснити не рухом повітря в грунті, а самостійним рухом водяної пари як з повітря в грунт, так і в самому грунті, а навіть з грунту на повітря, при чому особлива роля припадає змінам температури.

Остання конденсаційна теорія походження підземних вод завоювала собі за останні роки дуже поважне місце, але поруч із нею не втратила ще свого значіння й теорія інфільтраційна. Не можна не згадати ще про теорію Nowack'a, який приймав, що вода виділяється з рідкої земної магми в стані пари, доходить до земної поверхні і тут переходить у стан крапельний.

Можна легко припустити, що всі ці теорії мають певну рацію і що підземна вода утворюється ріжними згаданими способами, але встановити хоч би приблизно відносну кількість води того чи іншого походження при теперішнім стані науки не є можливим, а для розвитку теми цієї праці це й не потрібне.

§ 2. РІЖНІ РОДИ ПІДЗЕМНОЇ ВОДИ.

Вся земна кора має в собі міріяди більших чи менших промежків; одні з них мають розміри й форму чисто капілярних рурочок, другі досягають більших, а треті й дуже великих розмірів.

Ці промежки між твердими частинками вода може заповняти або цілком, або тільки почасти.

Вода, що, заповнюючи промежки, порушується в них від сили земного притягання, себто під впливом власної ваги, називається гравітаційною водою (рис. 1. 2). Вода, що заповнює капілярні рурочки й плескаті щілини, називається капілярною. Капілярна вода підноситься завжди вище того рівня, в яку рурка занурена, і удержується силою поверхневого напнуття. Вона може порушуватися не тільки вниз, але й догори і в боки, завжди від більш вохкого місця до більш сухого. Капілярний рух помітний тільки тоді, коли окремі частинки грунту мають поперечники не більші за 2 мм. Висота підняття й опускання води в капілярній трубці є відворотно пропорційна до поперечника трубки.

Вода, що не заповнює всього капілярного каналу, а тільки тримається біля стінок так що по осі рурочки може проходити повітря, називається фунікулярною; властивості її руху такі самі, як і води капілярної.

Коли канальці обмежені поверхнями гранястими, а вода

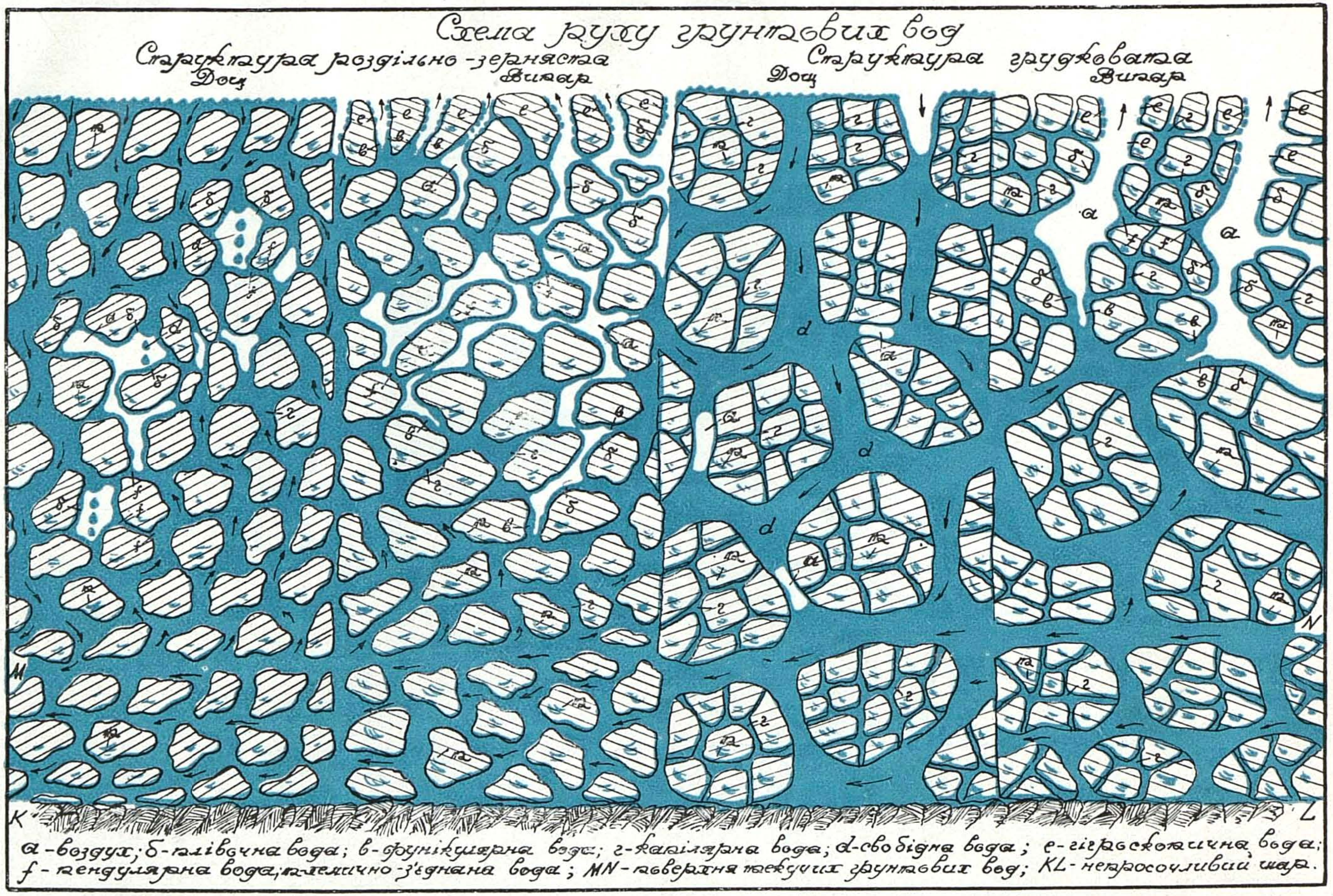
Схема руху грунтових вод
Структура роздільно-зерняста
Дощ
Випар
Структура грудкувата
Дощ
Випар
K
L
M
N
a - воздух; б - плівочна вода; в - фунікулярна вода; г - капілярна вода; d - свобідна вода; e - гігроскопічна вода;
f - пендулярна вода; п - хемічно-з'єднана вода; MN - поверхня текучих грунтових вод; KL - непросочливий шар.

Рис. 1.

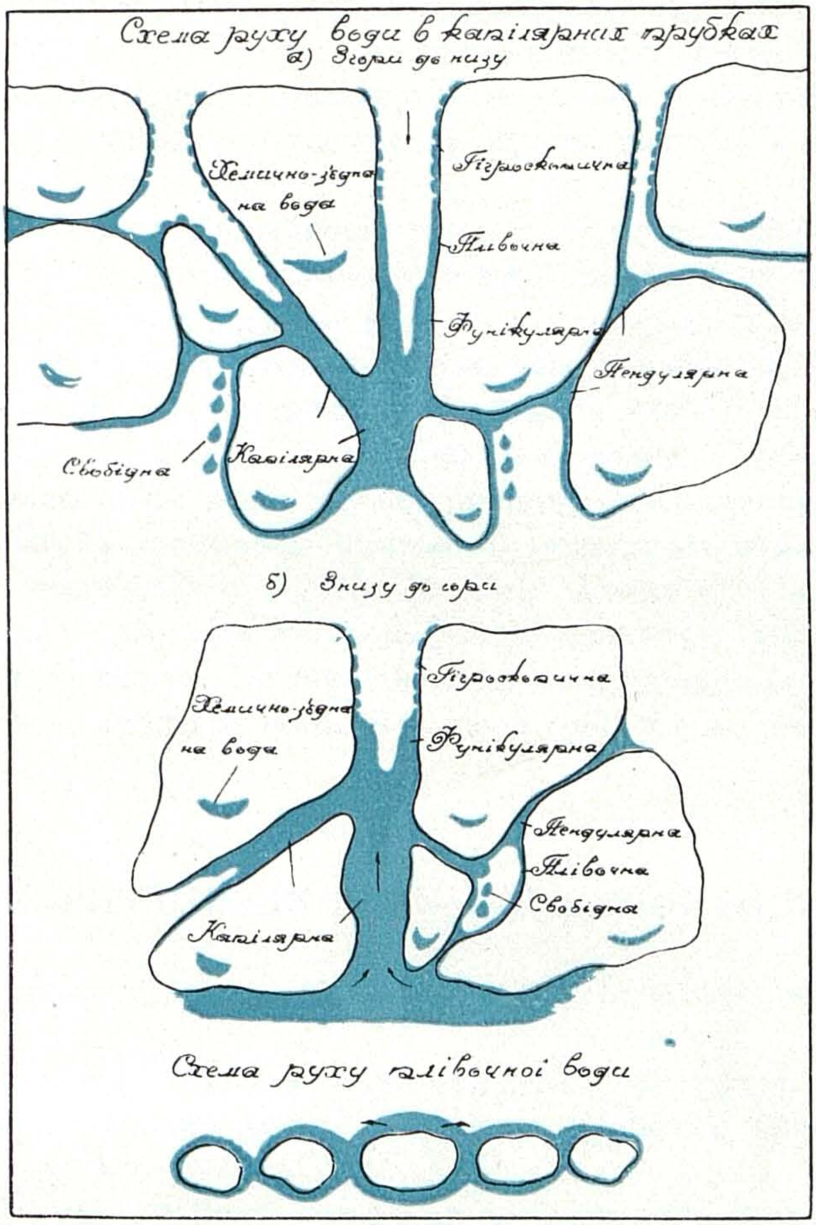
Схема руху води в капілярних трубках
а) Згори до низу
Хемично-зєдна
на вода
Гігроскопична
Плівочна
Фунікулярна
Пендулярна
Свобідна
Капілярна
б) Знизу до гори
Хемично-зєдна
на вода
Гігроскопична
Фунікулярна
Пендулярна
Плівочна
Свобідна
Капілярна
Схема руху плівочної води

Рис. 2.

тримається тільки в куточках між стінками, тоді така вода має назву пендулярної води.

При малій кількості води, вона тільки охоплює тверді частинки тоненькою верствою, неначе плівкою; така вода називається плівочною. Плівочна вода переходить від грубшої плівки до тоншої, тому рух такої води може відбуватися у всіляких напрямках. Наочна ріжниця між плівочною водою та капілярною є та, що капілярну воду (а також фунікулярну й пендулярну) можна з рурочок чи щілин видути, а плівочної не можна.

При звичайному нагріванні грунтів вода з них може випаритися, але й після того навколо кожної частинки грунту залишається тонесенька верства води, що удержується молекулярними силами (силами адсорпції); така вода називається гігроскопічною; вона може бути вигнана тільки нагріванням при температурі 105° C на протязі 5—6 годин. Грубість шару гігроскопічної води визначається ріжними дослідниками ріжно: P. Ehrenberg*) приймає її рівною 10 молекулам води, що дає біля 2,5 мілімікронів (0,0000025 мм); Вагелер**) прирівнює грубість цього шару до 200 молекул; Цункер**) — 220 молекул; Зауербрей**) вважає останні числа за правдоподібніші.

Нарешті, кожна гірнина має ще в собі хемічно звязану воду.

§ 3. РІЖНІ РОДИ РУХУ ПІДЗЕМНОЇ ВОДИ.

В грунтах можна спостерігати п'ять головних родів руху води:

1. Звичайний або турбулентний рух — це рух в широких промежках, подібний до руху води у відкритих каналах або в рурах.

2. Ламінарний рух — подібний до руху течі в тонких, але не капілярно-малих рурках; цей рух ще можна б назвати повзучим.

3. Чисто-капілярний рух у вузеньких промежках.

4. Плівочний рух.

*) Mitscherlich. Bodenkunde. 1923, стор. 72.

**) «Известия Научно-Мелиорационного Института», выпуск XIV. 1926 г. стр. 314.

5. Рух води в стані пари.

В цій праці ми розглянемо тільки перших два роди руху підземної води, що залежать від сили земного притягання (гравітаційні рухи), залишаючи розгляд останніх до другого разу.

§ 4. ЗВИЧАЙНИЙ АБО ТУРБУЛЕНТНИЙ РУХ.

Коли підземні токи мають характер звичайних надземних каналів або широких труб, тоді до руху води в них можна прикладати ті закони гідравліки, що виведені для згаданих каналів чи труб, приймаючи рух турбулентний.

Турбулентний рух може бути неусталений і усталений. При неусталеному русі води елементи цього руху (скорість, напрямок скорости, прискорення, тиснення, густота) міняються в кожній точці потоку з бігом часу, а також при переході від однієї точки до другої в певний момент.

Такого роду рух зустрічається в природі часто, але піддати його математичному аналізові можна тільки у виключних випадках. Для грунтових вод він не має помітного значіння, а тому ми далі його не розглядаємо.

Усталений рух може бути нерівномірний і рівномірний.

Усталений нерівномірний рух визначається тим, що в ньому елементи руху в кожній точці потоку з бігом часу не міняються, але в ріжних точках потоку ці елементи ріжні. Прикладом руху такого роду може бути потік, штучно підпертий водопереливною греблею (через яку переливається підперта вода).

При усталеному рівномірному русі всі елементи руху для одного струмінчика, або ліпше сказати, для однієї траєкторії, а також середні значіння цих елементів для ріжних поперечних розсіків потоку залишаються сталими.

Прикладом такого руху може бути протікання води в каналі зі сталим поперечним розсіком і з незмінним нахилом дна при сталій кількості води, що пропливає за секунду.

Для усталеного рівномірного руху в гідравліці виведено такі рівняння:

$$v = C\sqrt{RI} \text{ метр./сек.} \qquad (1)$$

$$Q = vF = CF\sqrt{RI} \text{ метр.}^3\text{/сек.} \qquad (2)$$

Літери в цих рівняннях мають такі значіння: v — середня скорість (в метрах за секунду) в поперечному розсіку потоку; C — співчинник скорости, що залежить од характеру стінок току; R — підводний або гідравлічний радіюс потоку. Він рівняється частці від поділу площі F поперечного розсіку занятого водою водоводу (каналу, рури) на змочений периметр P того ж розсіку $\left(R = \frac{F}{P}\right)$; I — гідравлічний спад потоку; для рур, якими вода проходить повним розсіком під натиском, I=(пересічно) повному натискові H метрів, поділеному на довжину рури L метрів, себто тут $I = \frac{H}{L}$; для відкритих потоків спад I рівняється tg'ові або sin'ові кута нахилу вільної поверхні до позему; Q — відток води в куб. одиницях за одиницю часу, напр. в куб. метрах за секунду.

Для визначення величини співчинника C є декілька емпіричних формул. Для потоків, що нагадують канали, часто користуються так званою новою формулою Bazin'а, а для тих, що подібні до рур, формулою Kutter'а. Приведемо їх тут обидві.

Формула Bazin'а:

$$C = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

В цій формулі літера γ означає співчинник, що залежить од шерсткости, рапавости стінок каналу; при обрахунках в метрах він має значіння, подані на таблиці № 1.

Для того випадку протікання, коли воно відбувається наче б то в трубі, чи в тунелі, під певним натиском, можна користуватися формулою Kutter'а:

$$C = \frac{100\sqrt{R}}{m + \sqrt{R}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

В цій формулі коефіціент m має такі значіння: для чавунних та залізних рур, уже вживаних, m=0,25; для деревляних — 0,20; для цементних — від 0.25 до 0,35; для каналів, що їх стінки обкладено битим камінням, m=0,45.

Користуючись формулами (1), (2), (3,) (4) та вирахованими в

Таблиця № 1. Значіння коефіцієнта γ.

I.	Для дуже гладеньких стінок (тичьк цементом, обструганi дошки)	0,06
II.	Для гладеньких стінок (дошки, цегли, тесаний камінь)	0,16
III.	Для бетонових, але невиглажених стінок*) . .	0,30
IV.	Для стінок з гурцу (бутовий камінь)	0,46
V.	Для земляних у гарному стані стінок, для земляних стінок, замощених невеликим камінням	0,85
VI.	Для земляних у звичайному стані стінок, для стінок мощених, що поросли травою	1,30
VII.	Для стінок дуже рапавих, дуже зарослих травою	1,75

двох останніх таблицями**), можна розвязувати ряд питань, що торкаються турбулентного, близького до рівномірного руху підземних вод.

Приклад 1. Уявім собі підземний потік доволі одноманітного розсіку. Нехай поле його поперечного розсіку $F=10$ кв. метр.; підводний периметр $P=15$ метр. Спад вільної поверхні $I=0{,}0012$; корито земляне в звичайному стані (категорія VI). Найти скорість протікання v та відток Q.

Перш за все находимо гідравлічний радіюс $R=\frac{F}{P}$; у нас $R=\frac{10}{15}=0{,}67$ м.; $\sqrt{R}=\sqrt{0{,}6666}=0{,}81$. Тепер з таблиці № 1 беремо коефіцієнт γ для категорії VI; $\gamma=1{,}30$.

Вираховуємо C з формули $C=\dfrac{87}{1+\dfrac{\gamma}{\sqrt{R}}}=\dfrac{87}{1+\dfrac{1{,}30}{0{,}81}}=33{,}5.$

Далі з формули (1) находимо скорість v:

$$v=C\sqrt{IR}=33{,}5\times0{,}81\times\sqrt{0{,}0012}=0{,}938 \text{ м/сек.}$$

Нарешті з формули (2) находимо відток Q:

$$Q=vF=C\sqrt{RI}\,.\,F=0{,}938\times10=9{,}38 \text{ м}^3\text{/сек.}$$

*) Otto Streck. Aufgaben aus dem Wasserbau, 1924.

**) «Technický průvodce», sešit VIII., p. 1925, стор. 34—35.
B. Tolman. O pohybu vody v korytech otevřených, p. 1908, стор. 60.

Приклад 2. Підземним каналом, завдовжки в 100 метрів, з поперечним розсіком, близьким до квадратового, рівним 0,16 кв. метрів, протікає вода під натиском в 4 метри біля верхнього кінця. Канал проходить серед вапняків і майже поземо. Найти скорість v і відток Q.

Перш за все вираховуємо гідравлічний спад I; тут він рівний $\frac{4}{100}=0{,}04$; далі находимо R; $R=\frac{F}{P}=\frac{0{,}16}{0{,}4\times4}=0{,}10$; $\sqrt{R}=$ $=0{,}32$; коефіцієнт m при даних умовах можна прийняти $=0{,}45$; тоді $C=\frac{100\sqrt{R}}{m+\sqrt{R}}=\frac{100\times0.32}{0{,}45+0{,}32}=41{,}6$; пересічна скорість $v=C\sqrt{RI}=$ $=41{,}6\times0{,}32\times\sqrt{0{,}04}\doteq2{,}66$ м/сек.

Відток $Q=vF=2{,}66\times0{,}16=0{,}43$ м³/сек.

§ 5. ЛАМІНАРНИЙ РУХ ПІДЗЕМНИХ ВОД.

Турбулентний рух має в підземних водах значно менше поширення й значіння, ніж подібний до ламінарного рух води через дрібні канальці у фільтруючих верствах.

Підземні водоносні верстви дуже часто складаються з окремих частинок — зернят; своєю структурою вони нагадують звичайні піскові фільтри; тому для з'ясування законів руху **грунтових** вод, що лежать найближче до поверхні землі, і **артезійських**, що звичайно залягають глибше і мають до того поверхню натиснуту, треба обслідувати протікання води через тонку не капілярну рурку.

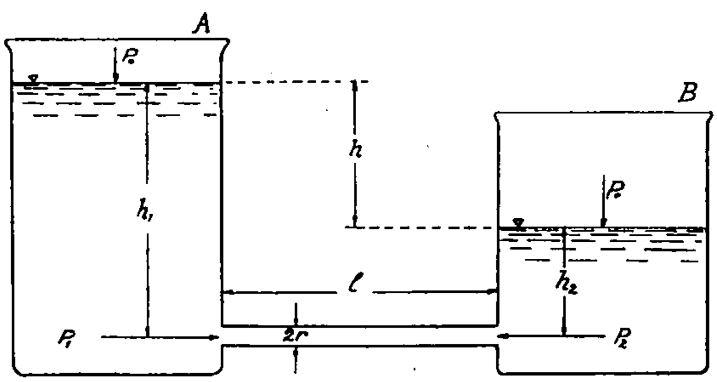

Рис. 3.

Увім собі дві посудині (рис. 3.), з'єднані між собою тонкою поземою круглою руркою, що має довжину l, а поперечник $2r$.

Припустім далі, що рівень води в посудинах A і B весь час не міняється; при цій умові та при незмінності поперечника рурки рух води в ній буде усталений і рівномірний.

Рівномірний рух (без прискорення або припізнення) може бути тільки тоді, коли сили, що діють на течу, рівноважаться з опорами проти руху.

Розгляньмо тепер, які сили діють на течу в рурці і які сили опору можуть тут бути.

З боку посудини A на воду в трубці діє тиск води p_1. Коли вісь рурки віддалена від поверхні води в посудині A на h_1 сантиметрів, то гідравлічне тиснення, згідно з правилами гідравліки, буде:

$$p_1 = p_0 + \gamma h_1 \frac{\text{грамів}}{\text{сант.}^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

де p_0 — тиснення атмосфери $=1033$ гр./см.^{2}, а γ — вага одного куб. сант. води $=1$ грамові.

Тиснення з боку посудини A на весь поперечний розсік води в рурці буде:

$$P_1 = (p_0 + \gamma h_1)\, \pi r^2 \text{ грамів.}$$

Так само можна найти, що тиск на воду в рурці з боку посудини B буде:

$$P_2 = (p_0 + \gamma h_2)\, \pi r^2 \text{ грамів.}$$

Крім того, на воду в рурці діє ще сила земного притягання, але цю силу, з огляду на те, що рурка позема, можна не приймати на увагу. При такому припущенні сума всіх діючих сил буде:

$$P_r = P_1 - P_2 = \gamma\,(h_1 - h_2)\, \pi r^2 = \gamma h \pi r^2 \text{ грамів} \quad \ldots\ldots\ldots (6)$$

На валець з будь яким радіюсом ϱ (меншим, ніж r) сила натиску буде:

$$P_\varrho = \gamma h \pi \varrho^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

Як же ж тепер найти силу опору протіканню при умові, що рух води в рурці має характер ламінарний?

Досвід показує, що при ламінарному русі в круглих рурках скорість частинок, що лежать на однаковім віддаленні від осередку круглого розсіку, є однакова, при чому біля самої стінки скорість є рівна нулеві, а в осередку вона найбільша.

Наслідком такої ріжниці скоростей є посування одного вальцевого шару води супроти другого, а це посування викликає внутрішнє тертя, що й утворює опір рухові води в рурці.

Сила S внутрішнього тертя в течі на даній поверхні F залежить: від в'язкости або чіпкости течі η, від швидкости зміни скорости при переході від одного шару течі до другого та від величини поверхні.

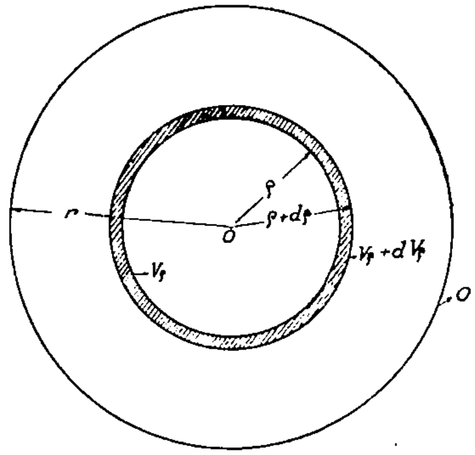

Рис. 4.

Розгляньмо в рурці валець з радіюсом ϱ і з радіюсом $\varrho+d\varrho$, де $d\varrho$ — безмежно мале збільшення радіюсу ϱ (рис. 4.).

Частинки води, що лежать на вальці з радіюсом ϱ, порушуються зі скорістю v_ϱ, а ті частинки, що лежать на поверхні вальця з радіюсом $\varrho+d\varrho$, мають скорість меншу на dv_ϱ.

Зміна скорости на одиницю довжини вподовж радіюсу є тут рівна $-\frac{dv_\varrho}{d\varrho}$; знак мінус треба тут поставити тому, що при збільшенні радіюсу скорість не збільшується, а зменшується.

Згідно з поглядами Newton'а, внутрішнє тертя можна визначити в даному разі такою формулою:

$$S_\varrho = -F\eta\frac{dv_\varrho}{d\varrho}\ \text{грамів}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

Тут η — коефіцієнт в'язкости, що має фізичний вимір: $\frac{\text{грам (вага)}\times\text{сек.}}{\text{сант.}^2}$.

Для води величину коефіцієнта η находять з формули:

$$\eta = \frac{0{,}00001814}{1+0{,}0337\,T+0{,}00022\,T^2}\ \frac{\text{грам.}\times\text{сек.}}{\text{сант.}^2},$$

де T — температура води в градусах Цельсія, F — площа бокової поверхні циліндра, що має довжину l, а радіюс ϱ; $F=2\pi\varrho l$.

Отже, можемо написати:

$$P_\varrho = S_\varrho,$$

або

$$\gamma h \pi \varrho^2 = -\eta 2\pi \varrho l \frac{dv_\varrho}{d\varrho} \dots\dots\dots\dots\dots\dots (9)$$

відсіля:

$$dv_\varrho = -\frac{\gamma}{2\eta} \frac{h}{l} \varrho d\varrho.$$

Проінтегрувавши це рівняння, одержимо:

$$v_\varrho = -\frac{\gamma}{4\eta} \frac{h}{l} \varrho^2 + \text{const}.$$

Для находження значіння const. пригадаймо, що біля самої стінки рурки, де радіюс $\varrho = r$, скорість v_ϱ руху води прийнята рівною нулеві; тому можемо написати:

$$0 = -\frac{\gamma}{4\eta} \frac{h}{l} r^2 + \text{const.},$$

відкіля

$$\text{const.} = \frac{\gamma}{4\eta} \frac{h}{l} r^2.$$

Знаючи величину const., найдемо тепер:

$$v_\varrho = \frac{\gamma}{4\pi} \frac{h}{l} (r^2 - \varrho^2) \frac{\text{см.}}{\text{сек.}} \dots\dots\dots\dots\dots\dots (10)$$

Коефіцієнт в'язкости η, що називається динамічним коефіцієнтом в'язкости, часто заступається так званим кінематичним коеф. в'язкости ν, рівним $\eta \frac{g}{\gamma}$, де $g = 981 \frac{\text{см.}}{\text{сек.}^2}$, а γ — вага одного куб. сант. води в грамах (при $T° = 4°$C вага $\gamma = 1$ грамові); із рівности $\nu = \eta g / \gamma$ находимо, що $\eta = \nu \frac{\gamma}{g}$, тому рівняння (10) можна написати в такій формі:

$$v_\varrho = \frac{g}{4\nu} \frac{h}{l} (r^2 - \varrho^2) \frac{\text{см.}}{\text{сек.}} \dots\dots\dots\dots\dots (11)$$

Фізичний вимір величини ν находимо, знаючи вимір η:

$$\text{вимір } \nu = \frac{\text{грам} \times \text{сек.}}{\text{см.}^2} \times \frac{\text{см.}}{\text{сек.}^2} : \frac{\text{грам.}}{\text{см.}^3} = \frac{\text{см.}^2}{\text{сек.}}$$

Відношення $\frac{h}{l}$, що відповідає тут натискові на одиницю довжини рурки, називають гідравлічним спадом і означують найчастіш літерою i або I; прийнявши останнє означення, напишемо:

$$v_\varrho = \frac{gI}{4\nu}(r^2 - \varrho^2)\,\frac{\text{см.}}{\text{сек.}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

Із цього рівняння видно, що при протіканні води в рурці з радіюсом r, при сталому гідравлічному спаді I, скорість v_ϱ частинки залежить од змінної величини ϱ; ця залежність має характер параболічний. При $\varrho=0$, себто для частинки, що пробігає через осередок кругового розсіку, скорість

$$v_0 = \frac{gI}{4\nu}\,r^2\,\frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$$

має найбільше значіння.

При $\varrho=r$, себто біля стінок рурки, скорість

$$v_r = \frac{gI}{4\nu}(r^2 - r^2) = 0.$$

Найдемо тепер вираз для відтоку Q через нашу рурку.

Для цього напишемо спершу вираз для елементарного відтоку dQ через кільцеву щілину з радіюсами ϱ і $\varrho + d\varrho$ (рис. 3.); грубість цього кільця $= d\varrho$; скорість протікання частинок води через щілину можна прийняти рівною v_ϱ; тоді:

$$dQ = 2\pi\varrho\, d\varrho \,.\, v_\varrho\,\frac{\text{см.}^3}{\text{сек.}}$$

Проінтегруємо цей вираз у межах від осередку рурки до стінок її (від $\varrho=0$ до $\varrho=r$), тоді одержимо:

$$\int_Q dQ = \int_0^r 2\pi\varrho\, d\varrho\, v_\varrho$$

Замінимо v_ϱ через $\frac{gI}{4\nu}(r^2 - \varrho^2)$ і напишемо:

$$Q = \frac{2\pi gI}{4\nu}\left\{\int_0^r r^2\varrho\, d\varrho - \int_0^r \varrho^3 d\varrho\right\},$$

$$Q = \frac{\pi gI}{2\nu}\left(\frac{r^4}{2} - \frac{r^4}{4}\right),$$

або $$Q=\frac{\pi g I}{8\nu} r^4 \frac{\text{см.}^3}{\text{сек.}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

З останнього рівняння можна вирахувати скорість v, с е р е д н ю для всього поперечного розсіку рурки, себто таку скорість, добуток з якої на площу πr^2 дасть ту саму величину відтоку Q.

$$v=\frac{Q}{\pi r^2}=\frac{\pi g I}{8\nu} r^4 : \pi r^2 = \frac{g I}{8\nu} r^2 \frac{\text{см.}}{\text{сек.}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

З останньої формули можна зробити такий висновок:

С е р е д н я с к о р і с т ь л а м і н а р н о г о р і в н о м і р н о г о р у х у т е ч і в к р у г л і й р у р ц і є п р я м о п р о п о р ц і й н а д о г і д р а в л і ч н о г о с п а д у I і д о к в а д р а т у р а д і ю с у r т а в і д в о р о т н о п р о п о р ц і й н а д о к і н е м а т и ч н о г о к о е ф і ц і є н т а в'я з к о с т и ν.

Рівняння (13) і (14) дають можливість розвязувати ріжні питання, звязані з ламінарним рухом через тонкі круглі рурки. Треба тільки знати значіння коефіцієнта кінематичної в'язкости ν.

Ці значіння для води при ріжних температурах приводимо нижче:

Т а б л и ц я № 2. Значіння коефіцієнтів ν.

Температура після С.°	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Коефіц. $\nu \frac{\text{см.}^2}{\text{сек.}}$	0,0178	0,0131	0,0101	0,0081	0,0067	0,0055	0,0047	0,0040	0,0035	0,0031	0,0027

П р и к л а д. На кам'яну греблю тисне вода. На глибині h=50 см., там, де грубість стінки l=110 см., утворилася кругла щілина з поперечником d=0,25 см. Через цю щілину просякає вода. Температура води 10° С. Скільки води протече за добу? Яка є середня скорість протікання через щілину?

Згідно з формулою (13) $Q=\frac{\pi g I}{8\nu} r^4 \frac{\text{см.}^3}{\text{сек.}}$

У нас гідравлічний спад $I=\frac{h}{l}=\frac{50}{110}=\frac{5}{11}$; радіюс $r=\frac{d}{2}=$ $=0{,}125$ см.; для води при температурі 10°C коеф. $\nu=0{,}0131\,\frac{\text{см.}^2}{\text{сек.}}$.

При цих даних відток Q за секунду є:

$$Q=\frac{3{,}14\times 981\times 5}{8\times 0{,}0131\times 11}\cdot 0{,}125^4=3{,}24\,\frac{\text{см.}^3}{\text{сек.}}$$

Відток за цілу добу:

$$Q_d=Q\times 86400 \doteq 280000 \text{ см.}^3,$$

або

$$Q_d=0{,}28 \text{ м}^3.$$

Середня скорість протікання $v=\frac{Q}{\pi r^2}$:

$$v=\frac{3{,}24}{3{,}14\times 0{,}125^2}=66\,\frac{\text{см.}}{\text{сек.}},\ \text{або } 0{,}66\,\frac{\text{метр.}}{\text{сек.}}$$

Ламінарний рух може існувати тільки при певному відношенні між середньою скорістю v, радіюсом труби r і коеф. в'язкости ν.

Англійський вчений Osborne Reynolds найшов експериментальним шляхом, що ламінарний рух у рурках є можливий при умові:

$$\frac{vr}{\nu} \leq 1000^{*)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

Принявши $\frac{vr}{\nu}=1000$, найдемо ту критичну скорість v_k, при якій для нашого $r=0{,}125$ см. при температурі $t=10$°C рух переходить у турбулентний.

$$v_k=\frac{1000\,\nu}{r}=\frac{1000\times 0{,}0131}{0{,}125}\doteq 105\,\frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$$

Отже, одержана нами середня скорість $v=66$ см./сек. менша від v_k, а тому це рух ламінарний і до нього наші формули можна прикласти.

---

*) R. Mises. Elemente der technischen Hydromechanik, 1914, стор. 51—52.

Для плескатих тонких щілин критичну скорість можна найти по Гопфу*) з формули:

$$v_k = \frac{300\,\nu}{H} \frac{\text{см.}}{\text{сек.}}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (15')$$

де H — глибина води в щілині в см.

§ 6. ЗАКОН ФІЛЬТРУВАННЯ DARCY.

Формули Hazen'а, Slichter'а і др.

Законами, що їх виведено для ламінарного руху в тонких трубках, можна скористатися для вивчення руху води в шпаристих тілах і для встановлення в аналітичній формі законів фільтрування.

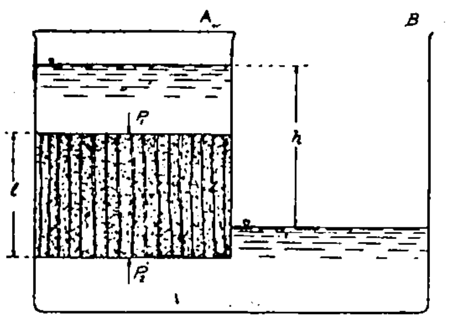

Рис. 5.

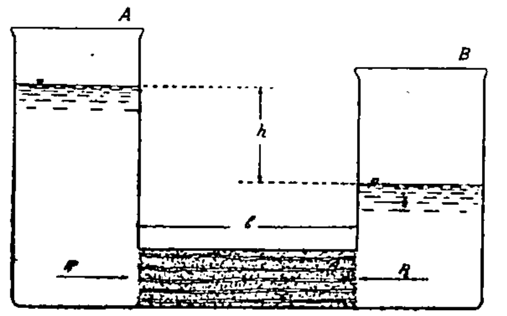

Рис. 6.

Нехай вода з посудини A (рис. 5. і рис. 6.) переходить у посудину B, направляючись через шар будь якого грунту, наприклад, піску, що заповнює позему чи дозему руру на довжині l.

Просочування води можна собі уявити, як протікання її через ряд тонких рурок, що відбувається в наслідок ріжниці тиснень на кінцях цих рурок, себто в наслідок гідравлічного спаду I.

Для обидвох, показаних на рис. 5. і 6. випадків гідравлічний спад буде:

$$I = \frac{p_1 - p_2}{l} = \frac{\gamma h}{l},$$

*) Проф. М. Великанов. Гидрология суши. Стор. 49.

а принявши на увагу, що $\gamma=1$ грамові, будемо мати:

$$I=\frac{h}{l}.$$

Відток за секунду через одну рурку, який означимо тут літерою q, буде при ламінарному русі, згідно з рівнянням (13). такий:

$$q=\frac{\pi g I}{8\nu} r^4 \frac{\text{см.}^3}{\text{сек.}}.$$

Теоретично можна уявити, що відток через увесь фільтр відбувається ніби через n таких рурок, і коли його означити через Q, то він буде рівний:

$$Q=n\frac{\pi g I}{8\nu} r^4 \frac{\text{см.}^3}{\text{сек.}}.$$

Цей вираз можна переписати так:

$$Q=\frac{g r^2}{8\nu}\cdot I \, . \, n\pi r^2 \frac{\text{см.}^3}{\text{сек.}} \quad \text{.................}(16)$$

Як що комплекс величин $\frac{g r^2}{8\nu}$ означити однією літерою K, а суму поперечних розсіків усіх n рурок, себто $n\pi r^2$, означити через F', тоді для відтоку Q будемо мати таку формулу:

$$Q=KIF' \quad \text{....................}(17)$$

Площа F' становить тільки певну частину цілого поперечного розсіку фільтра. Назвім відношення площі F' до F через λ_n, де λ_n — число, менше від одиниці; тоді:

$$F'=\lambda_n F \quad \text{....................}(18)$$

Вставивши в рівняння (17) замісць F' його значіння з останнього рівняння, найдемо:

$$Q=K\lambda_n I \, . \, F\frac{\text{см.}^3}{\text{сек.}} \quad \text{...................}(19)$$

Добуток $K\lambda_n$ означмо однією літерою ε, тоді

$$Q=\varepsilon F \, . \, I\frac{\text{см.}^3}{\text{сек.}}, \quad \text{...................}(20)$$

або

$$Q=\varepsilon F\frac{h}{l}\frac{\text{см.}^3}{\text{сек.}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(21)$$

Коефіцієнт ε називається коефіцієнтом водоносности грунту, а також питомим чи одиничним відтоком, бо при $I=1$ (коли $h=l$) та при $F=1$ кв. одиниці $\varepsilon=Q_1\,\frac{\text{см.}^3}{\text{сек.}}$

Коли поділити обидві часті рівняння (20) на F, то одержимо:

$$\frac{Q}{F}=\varepsilon I.$$

Вираз $\frac{Q}{F}$ називається скорістю фільтрування; цю скорість будемо означати через v_{ϕ}.

$$v_{\phi}=\frac{Q}{F}=\varepsilon I\frac{\text{см.}}{\text{сек.}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(22)$$

Таким чином, скорість фільтрування в см./сек. є чисельно рівна відтокові в см.^{3}/сек., при спаді I, через одну квадратову одиницю цілого поперечного розсіку фільтра. Ця скорість прямо пропорційна до першого ступня гідравлічного спаду I та до коефіцієнту водоносности ε, який від I не залежить.

Формульований тут закон, виведений гідравліком Darcy, має назву закону Darcy*).

При вивченні явищ протікання води через грунт буває необхідним знати не тільки скорість фільтрування, а ще й ту дійсну скорість, з якою вода протискується в поперечному розсіку між твердими частинками та намагається зрушити їх з місця і потягти за собою.

Як було вже сказано, живий поперечний розсік, який вода дійсно заповнює, буде у нас F', а тому дійсна скорість $v_{\partial}=\frac{Q}{F'}$, або

$$v_{\partial}=\frac{K\lambda_n IF}{F'}=\frac{K\lambda_n IF}{\lambda_n F}=KI \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(23)$$

---

*) H. Darcy, Les fontaines publiques de la ville de Dijon. 1856 p.

Відношення дійсної скорости v_∂ до фіктивної скорости фільтрації v_ϕ буде:

$$\frac{v_\partial}{v_\phi}=\frac{KI}{\varepsilon I}=\frac{K}{\varepsilon}=\frac{K}{K\lambda_n}=\frac{1}{\lambda_n}, \quad\ldots\ldots\ldots\ldots(24)$$

відсіля

$$v_\partial=\frac{v_\phi}{\lambda_n} \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(25)$$

Із формул, одержаних для Q, v_ϕ і v_∂, видно, що значіння відтоку та скоростей для фільтра з поперечним розсіком F при гідравлічному спаді I можна найти, коли відомі коефіцієнти ε і λ_n.

Коефіцієнт λ_n, який можна назвати коеф. поверхневої шпарности, залежить од коеф. об'ємної шпарности λ_0, що дає відношення об'єму шпар до об'єму розглядуваного грунту вкупі зі шпарами.

Коефіцієнт об'ємної шпарности λ_0 находять шляхом спеціяльних досвідів.

Коефіцієнт водоносности ε находять шляхом обслідувань та вирахувань.

Коефіцієнт поверхневої шпарности λ_n вираховують з емпіричних формул.

Раніш, одначе, ніж перейти до методів находження цих коефіцієнтів, приведемо де які теоретичні міркування щодо можливих меж об'ємної шпарности λ_0.

Для теоретичного обслідування об'ємної шпарности будемо уявляти, що весь фільтруючий грунт складається з одноманітних зернят, які мають форму або кубиків, або кульок.

Коли б окремі зернята мали форму кубиків, тоді б можна було їх укласти або так, щоб об'єм шпар рівнявся нулеві, що відповідає $\lambda_0=0$, або ж так, щоб кубики тільки торкалися один одного рубами, а не стінками. При такому розположенні кубиків (рис. 7.) об'єм, занятий твердими частинками a, буде $\frac{a^3}{2}$, а об'єм взятого кубика грунту — a^3, тому тут коеф. об'ємної шпарности буде $\lambda_0=0{,}50$, або 50%. Поверхнева шпарність λ_n в обидвох цих випадках буде або 0%, або 50%.

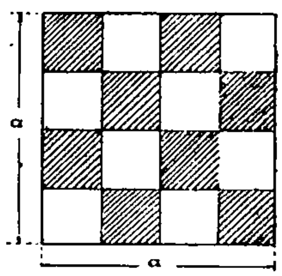

Рис. 7.

Коли б грунт складався з одноманітних кульок, тоді об'єм шпар в певному об'ємі грунту не залежав би від поперечника кульок d, а залежав би від способу укладання їх.

При розміщенні кульок способом, показаним на рис. 8а, коли кульки всіх рядів лежать поземо одна над однією, об'єм шпар можна найти, яко ріжницю об'ємів: куба з рубом, рівним d, і 4-х четвертин кулі з поперечником d; отже, об'єм шпар буде тут

$$d^3-\frac{\pi d^3}{6}=0{,}4764d^3.$$

Об'ємна шпарність $\lambda_0=\frac{0{,}4764\,d^3}{d^3}=0{,}4764$, або $\lambda_0=47{,}64\%$.

Поверхневу шпарність λ_n для цього випадку найдемо так: поле шпар є $d^2-\frac{\pi d^2}{4}=0{,}215d^2$; тому

$$\lambda_n=\frac{0{,}215d^2}{d^2}=0{,}215, \text{ або } 21{,}5\%.$$

Отже, тут поверхнева шпарність λ_n ($21{,}5\%$) зовсім не рівняється об'ємній шпарності λ_0 ($47{,}64\%$).

Щільніше можна укласти кульки так, як показано на рис. 8б.

Тут осередки кожних трьох сусідніх кульок одного поземого шару дають рівнобокий трикутник; коли вершки цього трикутника з'єднати в думці з осередком кульки, що лежить в заглибленні над трьома нижніми, то одержимо руби правильної чотирогранної піраміди.

Коли розглядати два сусідні шари кульок і розсікти їх поземими площами, проведеними через осередки кульок, то весь об'єм, складений з кульок, можна розбити на призми з основами, рівними $d\times d\sqrt{\frac{3}{4}}$.

Височина кожної цієї призми є рівна віддаленню між поземими площами, проведеними через осередки кульок двох сусідніх поземих шарів; вона є $d\sqrt{^2/_3}$.

Цілий об'єм призми є $d\,.\,d\sqrt{\frac{3}{4}}\cdot d\sqrt{\frac{2}{3}}=0{,}7071d^3$. Сума об'ємів відрізків від ріжних кульок буде така: для нижнього шару

$\frac{1}{2}\frac{\pi d^3}{6}$ і для верхнього шару, почасти наче втиснутого в нижній, також є $\frac{1}{2}\frac{\pi d^3}{6}$.

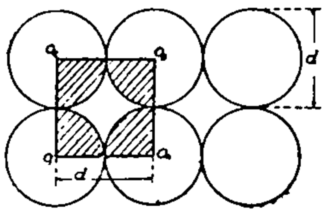

Рис. 8 а.

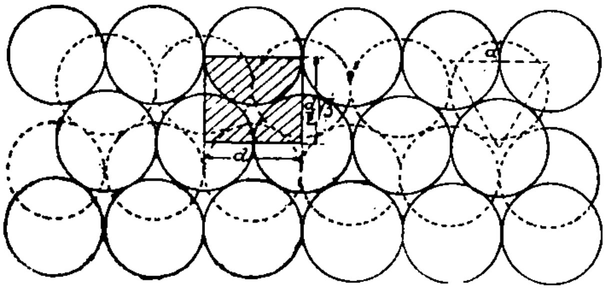

Рис. 8 б.

Сума об'ємів усіх частей кульок є $\frac{\pi d^3}{6}=0{,}5236d^3$.

Об'єм шпар є $0{,}7071d^3-0{,}5236d^3=0{,}1835d^3$.

Таким чином, об'ємна шпарність буде:

$$\lambda_o=\frac{0{,}1835d^3}{0{,}7071d^3}=0{,}2595, \text{ або } 25{,}95\%.$$

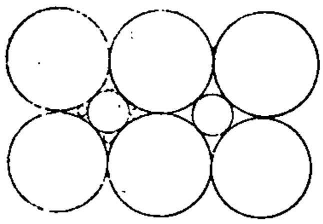

Рис. 8 в.

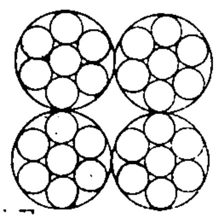

Рис. 8 г.

Площа шпар, що приходиться на основу призми (рис. 8б), буде: $d\times d\sqrt{\frac{3}{4}}-\frac{\pi d^2}{4}=0{,}081d^2$; коеф. поверхневої шпарности $\lambda_n=$ $=\frac{0{,}081d^2}{d^2\sqrt{3/4}}=0{,}094$, або 9,4%.

Коли б грунт складався з кульок, дуже ріжноманітних поперечників, так що менші кульки поміщались би в шпарах між більшими (рис. 8в), то об'єм шпар між кульками міг би зменшитися до розмірів необмежено малих. Навпаки, коли б грунт складався з агрегатів одноманітних кульок, як то показано на рис. 8г, тоді об'єм шпар міг би бути більшим, ніж 47,64%.

Отже, при найвільнішому укладанні агрегатних куль об'єм шпар між ними буде $\lambda_0=47{,}64\%$, себто самі кулі займуть 52,36%

об'єму грунту. Припустім далі, що малі кульки укладені найщільніш, так що об'єм шпар між ними займає всього 25,95% від об'єму великої кулі, а від об'єму грунту всього $0{,}2595 \times \times 0{,}5236 = 0{,}1359$, або 13,59%. Таким чином, повний об'єм шпар займе тут 47,64%+13,59%=61,23% від об'єму грунту, себто $\lambda_0 = 61{,}23\%$.

Поверхнева шпарність λ_n буде тут 21,5%+7,38%=28,88%, або 21,5+11,3=32,8%.

Приведені вище теоретичні міркування дають можливість зробити висновок, що теоретична об'ємна шпарність λ_0 грунтів може коливатися в межах від 0% до 61,23%, а теоретична поверхнева шпарність від 0% до 32,8% і навіть до 50%.

Дійсна шпарність в природніх грунтах залежить і від розмірів частинок, і від їх розміщення.

Для характеристики об'ємної шпарности грунтів приводимо нижче таблицю № 3, складену на підставі даних професорів Zunker'а, Ризенкампфа й Zavadil'а*).

Таблиця № 3.

№ по черзі	Рід грунту	Коефіц. об'ємної шпарности λ_0 в %	Питома вага гірнини, з якої походить грунт.	Питома вага грунту зі шпарами
1.	Мергелистий дилюв. грунт	28,3	—	—
2.	Мергелистий дилюв. грунт	34,2	—	—
3.	Буйно-зернистий пісок . .	40,0	2,655	1,60
4.	Пісок середньої буйности	41,8	2,648	1,54
5.	Дрібний пісок	44,1	2,659	1,48
6.	Супісок	51,0	—	1,30
7.	Легкий суглинок	50,0	—	1,32
8.	Мулистий суглинок . . .	53,0	—	1,24
9.	Важкий суглинок	54,0	2,70	1,22
10.	Глина	56,0	2,837	1,17
11.	Лукові алюв. відклади . .	62,1	—	—
12.	Торфяна земля	від 60 до 95	1,46—1,25	0,80
13.	Дуже густа глина	65,12	—	0,93

*) Prof. Zunker. Der Kulturtechniker, 1926 № 6, стор. 365, 366.
Проф. Г. Ризенкампф. Основы ирригации, стор. 17.
Prof. Zavadil. Voda a její oběh v přírodě, стор. 152.

Як бачимо з цієї таблиці, об'ємна шпарність природніх грунтів має значно менший розмах, ніж шпарність теоретичного сипкого тіла; одначе, найбільша шпарність грунтів (крім торфу) наближається до теоретичної (в 61,23%).

Як же ж тепер найти для даного грунту об'ємну й поверхневу шпарності?

Об'ємну шпарність λ_0 досліджуваного грунту можна найти без особливих труднощів.

Із де-кількох способів находження коефіцієнта λ_0 приведемо тут для прикладу ось такий.

Находимо перш за все з допомогою пікнометра питому вагу твердої маси грунту; нехай ця вага буде γ_1; находимо далі вагу одиниці об'єму нашого грунту, висушеного при температурі 105 °C; нехай ця вага є γ_2.

Знаючи ці величини, можемо сказати, що в одиниці об'єму взятого грунту буде твердого матеріялу в % від об'єму проби:

$$p = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \cdot 100\%.$$

Об'ємна шпарність буде:

$$\lambda_0 = \left(100 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \cdot 100\right) = 100\left(1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1}\right)\% \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (26)$$

П р и к л а д. Для грунту № 5 із таблиці № 3 маємо: $\gamma_1 = 2{,}659$, а $\gamma_2 = 1{,}48$. Найти коефіцієнт λ_0.

З формули (26) находимо:

$$\lambda_0 = 100\left(1 - \frac{1{,}48}{2{,}659}\right) = 100\,(1 - 0{,}56) = 44\%.$$

З таблиці ж маємо $\lambda_0 = 44{,}1\%$, себто майже те саме число.

Значно тяжчим є питання про находження коефіцієнта λ_n поверхневої шпарности.

При теоретичному обслідуванні ми бачили, що взагалі $\lambda_n \neq \lambda_0$; одначе, майже всі гідравліки приймають, що ці коефіцієнти між собою рівні; ось, напр. проф. Самусь в курсі «Техническая гидравлика» (вид. 1926 р., стор. 153), пише:

«Можна прийняти, що живий розсік вільних промежків між частинками гірнин є такою самою частиною від цілої поперечної площі, яку творить об'єм шпар супроти цілого об'єму фільтруючого матеріялу».

Проф. Павловский в своїй праці «Об определении толщины флютбета»*) пише: «при неправильності форми, величини і розміщення частинок грунту цілком можливо приймати $\lambda_n=\lambda_0$».

Одначе, на наш погляд, таке припущення було б правильним тільки тоді, коли б усі шпари (канальці) були між собою рівнобіжні та по довжині не міняли поперечного розсіку.

Означивши для цього випадку об'єм розглядуваного грунту через W, поперечний розсік його через F, поперечний розсік всіх шпар через f, а довжину фільтра через l, можемо написати, що $W=Fl$; об'єм усіх шпар $W_0=fl$; відношення $\lambda_0=\frac{W_0}{W}=\frac{fl}{Fl}=\frac{f}{F}$, але $\frac{f}{F}$ рівне також λ_n; отже, тут $\lambda_0=\lambda_n$.

Але в дійсності такого розположення шпар не буває, а тому й такої рівности $\lambda_n=\lambda_0$ взагалі не може бути. П р а в и л ь н і ш е б у л о б п р и й м а т и, щ о λ_n з а в ж д и м е н ш е в і д λ_0.

Для приблизного находження величини λ_n можна для грунтів нормального складу з об'ємною шпарністю, не меншою від 26%, користуватися емпіричною формулою, приведеною проф. Jilek'ом в його літографованому курсі гідравліки (стор. 453):

$$\lambda_n=9{,}4+(\lambda_0-26)\,0{,}544 \quad \dots\dots\dots\dots\dots (27)$$

Значіння λ_n, найдені з цієї формули, при λ_0 від 26% до 60%, близькі до тих, що були раніш теоретично вираховані; тому для реальних грунтів її можна застосовувати; але логічно вона не правильна, бо при λ_0, меншім од 8,7%, дає для λ_n значіння від'ємні.

Раціональнішою з цього погляду є емпірична формула, що виведена нами для значінь λ_0 від 0% до 65%:

$$\lambda_n=45-\sqrt{2025-30\lambda_0} \quad \dots\dots\dots\dots\dots (28)$$

Значіння λ_n в %, вираховані з цієї формули, показані нижче в таблиці № 4.

---

*) «Известия Научно-Мелиорационного Института», вип. 6, стор. 66.

Таблиця № 4.

$\lambda_0\%$	0	10	20	30	40	50	60
$\lambda_n\%$	0	3,5	7,3	11,5	16,3	22,1	30

Знаючи величину λ_n, можна зі скорости фільтрування $v_ф$ найти найбільшу теоретичну скорість протікання $v_д$, користуючись формулою $v_д = \frac{v_ф}{\lambda_n}$; напр., для грунту з об'ємною шпарністю $\lambda_0 = 40\%$ коефіцієнт поверхневої шпарности $\lambda_n = 16{,}3\%$, або 0,163; при цьому $v_д = \frac{v_ф}{\lambda_n}$; $v_д = \frac{v_ф}{0{,}163} \doteq 6 v_ф$.

Як бачимо, *дійсна найбільша скорість протікання між частинками грунту може бути значно більша від скорости фільтрування.*

Коли б ми знали величини коефіцієнтів K і λ_n, то не тяжко було б найти $v_ф$ і Q.

Одначе, находження цих коефіцієнтів, кожного з'окрема, звязане з досить значними труднощами.

Тому найчастіш розшукують коефіцієнт $\varepsilon = K\lambda_n$, а знаючи величину ε, находять $v_ф = \varepsilon I$ і $Q = \varepsilon F.I.$

Для находження величини коефіцієнта водоносности грунту ε існує де-кілька способів: лабораторних і польових. Зупинимося тут на способі G. Thiem'а, який в суті своїй нагадує спосіб Darcy, що його звичайно приводять у курсах гідравліки.

Методом G. Thiem'а коеф. ε находимо таким лабораторним способом:

Грунт насипають у металевий валець Z (рис. 9.), закритий внизу металевою сіткою; внутрішні стінки вальця обмазують гарячою рослинною олією й обсипають дрібним піском.

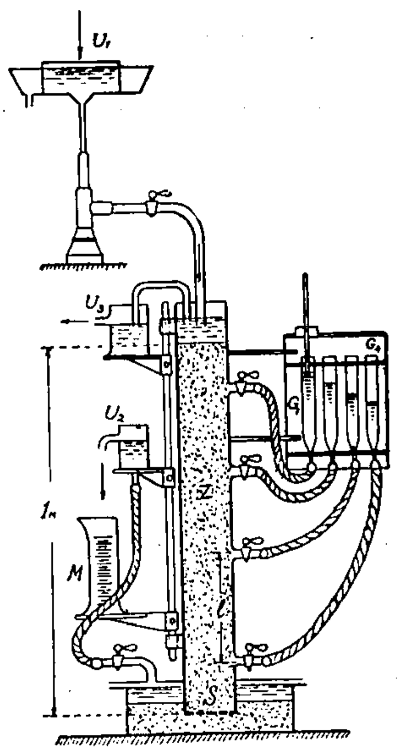

Рис: 9.

Висоту грунту у вальці беруть біля 1 метра. Валець наповнюють водою ще перед насипанням до нього грунту. За час спостереження вода приводиться до вальця з посудини U_1, а витікає з нього через водоперелив U_2. Міняючи висоту водопереливу, можна для тої чи іншої мети міняти величину гідростатичного тиснення.

З одного боку валець має невеликі круглі відрурки, вхід до яких загорожено сітками. До цих відрурків приєднуються з допомогою гумових рурок доземі шкляні манометри.

Вода, пройшовши через фільтр, направляється в посудину U_2, а відтіля в обмірний валець M.

Гідростатичне тиснення в середині змоченого водою земляного вальця зменшується в напрямку від гори до низу. Ріжниця тиснень на висоті двох відрурків, що лежать один від одного на l см., визначається з допомогою двох манометрів висотою стовпчика води h см.; знаючи h і l, находять гідравлічний спад $I = \frac{h}{l}$.

Крім того, обмірюють об'єм води Q_t, що набіжить за t секунд в посудину M, і находять відток $Q = \frac{Q_t}{t} \frac{\text{м.}^3}{\text{сек.}} \left(\text{або } \frac{\text{см.}^3}{\text{сек.}}\right)$.

Після цього, поклавши в основу закон Darcy, находять з формули $Q = \varepsilon F I$ коеф. водоносности $\varepsilon = \frac{Q}{FI}$ м.^{3}/сек. через 1 кв. м.

Визначивши таким способом значіння величини ε, можемо вираховувати відтоки Q для ріжних гідравлічних спадів I та ріжних поперечних розсіків F для грунту, подібного до обслідуваного.

Остаточною метою таких лабораторних обслідувань є находження закономірности зміни ε зі зміною якостей фільтруючого матеріялу, або находження стількох значінь для ε, щоб їх вистарчило для питань практики.

Darcy на підставі переведених ним досвідів*) (в р. 1856.)

---

*) Darcy перевів свої досвіди з піском, взятим із дна р. Сени. Пісок цей складався зі зерен: 1) що проходили через сито з поперечником дірочок 0,77 мм — 58%; 2) що проходили через сито з дірками в 1,10 мм. — 13%; 3) через сито з дірками в 2,0 мм. — 12%; 4) рінь — 17%; об'ємна шпарність цього піску була 38%. M. Rühlmann. Hydromechanik. 1880, стор. 550.

прийшов був до висновку, що коефіцієнт ε (згідно з його означенням $K\lambda$ замісць ε) можна приймати за величину сталу, близьку до 0,00023 метр.^{3}/сек. (в дійсності ж, у нього для грунту зі шпарністю $\lambda_0=38\%$ при ріжних I величина K коливалася між 0,0005 і 0,0008, а величина $K\lambda_0\equiv\varepsilon$ коливалася від 0,0001726 до 0,000304).

Дальші досвіди других дослідувачів показали, що коеф. ε залежить од багатьох факторів: розміру й форми зерен, взаємного їх розміщення, положення зерен супроти напрямку току води, температури води, а при грубозернистих грунтах або при великих гідравлічних спадах I ще й від цього спаду (що вже не відповідає законові Darcy).

Дякуючи такій складності явища фільтрування, емпіричні формули, виведені ріжними дослідниками для скорости фільтрування або для відтоку води через фільтр, часто дають висліди, що значно один від одного відріжняються.

Одначе, всі ці формули можна розділити на дві головні категорії; 1) побудовані на підставі закону Darcy, себто на тім положенні, що скорість фільтрування $v_ф$ є пропорційна до гідравлічного спаду I в першому ступні і 2) побудовані на підставі припущення, що скорість фільтрування $v_ф$ є пропорційна до гідравлічного спаду I в ступні, меншому від одиниці.

Але ті й другі формули виведені на підставі спостережень та досвідів над матеріялами зернистими, а не колоїдальними, а тому і прикладання їх обмежується тільки грунтами зернистими.

Приведемо тепер де кілька формул першого типу.

Для одноманітного грунту, напр., для кварцевого піску, Seelheim*) дав таку формулу:

$$v_ф=0{,}296d_c^2\,(1+0{,}0136t+0{,}000704\,t^2)\,I\,\frac{\text{см.}}{\text{сек.}} \quad \ldots\ldots(28)$$

де d_c — поперечник в міліметрах зернятка у формі кульки, об'єм якої находять як середній із 1000 відрахованих зернят піску; t — температура в градусах Цельсія.

Приклад. Найти скорість фільтрування $v_ф$ через про-

*) Ph. Forchheimer. Hydraulik, стор. 425.

митий кварцевий пісок, тисяча зерен якого важить 1,4 грама. Гідравлічний спад $I=2$; температура води $t=10°C$.

Одно середнє зерно важить $\frac{1,4}{1000}=0,0014$ гр.

Об'єм кульки з поперечником d_c є $\frac{\pi d_c^3}{6}$ см.³ Приймемо, що питомий тягар кварцевого піску $=2,7$. Тоді вага одного зерна кульки $= 2,7\frac{\pi d_c^3}{6}$ гр. і ця вага мусить бути $=0,0014$ гр.

$$2,7\frac{\pi d_c^3}{6}=0,0014.$$

відсіля $d_c=0,097$ см., або 0,97 мм.

Тепер $v_ф=0,296\times0,97^2(1+0,136+0,0704)2=0,67$ см./сек.

Американський дослідник явищ фільтрування професор Charles Slichter запропонував формулу, якою можна користуватися і для грунтів одноманітних, і для грунтів, складених із зерен ріжної величини.

Формула Slichter'а в англійських мірах має такий вигляд:

$$Q\frac{\text{куб. футів}}{\text{за минуту}}=11,3\frac{d_c^2}{C}\frac{h}{l}[1+0,0187(t-32^0)]F\ \ldots\ldots(29)$$

тут d_c — поперечник середнього зерна в мм.; $t°$ — температура в градусах Фаренгейта, F — площа фільтра в квадр. футах; C — коефіцієнт, залежний од об'ємної шпарности.

Формула ця для метричних мір переходить у такі:

$$v_ф=0,10219\frac{d_c^2}{K_2}\frac{1}{\nu}\frac{h}{l}\frac{\text{см.}}{\text{сек.}}\ \ldots\ldots(30)$$

$$v_ф=0,06131\frac{d_c^2}{K_2}\frac{1}{\nu}\frac{h}{l}\frac{\text{метр.}}{\text{мин.}}\ \ldots\ldots(31)$$

$$Q\frac{\text{метр.}^3}{\text{за мин.}}=0,06131\frac{d_c^2}{K_2}\frac{h}{l}\cdot\frac{1}{\nu}\cdot F\ \ldots\ldots(32)$$

де ν — відомий уже нам кінематичний коеф. в'язкости, F — площа фільтра в кв. метр., а K_2 — коеф., залежний од λ_0.

Значіння коеф. K_2 приводимо в таблиці № 5.

Таблиця № 5.

$\lambda_0\%$	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
K_2	84,3	73,4	65,9	58,9	52,5	47,1	42,4	38,4	34,7	31,6	28,8
$\lambda_0\%$	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47
K_2	26,3	24,1	22,1	20,3	18,7	17,3	16,0	14,8	13,7	12,8	11,8

Для розглянутого вище прикладу формула Slichter'а дала б для $v_ф$ попереднє значіння 0,67 см./сек., при $K_2=21,9$, себто при об'ємній шпарності грунту між 39% і 40%. При меншій шпарності K_2 було б більше, а скорість фільтрування вийшла б менша.

Коли грунт складається зі зерен ріжної величини, тоді в емпіричні формули треба вводити не середнє зерно з поперечником d_c, а умовне зерно, теж у формі кульки, але з так званим *ефективним поперечником* $d_{еф}$.

Ефективний поперечник $d_{еф}$ (по Hazen'у) *рівняється поперечникові круглих дірок такого сита, через яке проходить 10% ваги від взятої проби грунту, а 90% залишається на ситі.*

Одначе, грунти з однаковим ефективним поперечником можуть ще дуже ріжнитися між собою щодо величини й характеру тих зерен, які залишаються на ситі; тому одного ефективного поперечника ще не досить для схарактеризування фільтроздатности грунту. Hazen увів ще одно поняття — *коефіцієнт рівномірности грунту* (uniformity coefficient), який означив літерою μ.

Щоб найти цей коефіцієнт μ, Hazen пропонує робити так: підібрати таке сито, щоб через нього пройшло вже не 10%, а 60% від цілої ваги взятої проби грунту; виміряти поперечник дірок цього сита; нехай він буде d_{60}; поділити тепер d_{60} на $d_{еф}$; частка від цього поділу і буде коефіцієнтом рівномірности μ.

Отже
$$\mu=\frac{d_{60}}{d_{еф}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (33)$$

Згідно з досвідами Hazen'а, *ефективний поперечник* $d_{еф}$ *можна вводити в емпіричні формули тільки тоді, коли* $\mu<5$.

Для грунтів, що задовольняють приведену умову, Hazen дав для скорости фільтрування таку формулу:

$$v_ф = \varepsilon I = 1{,}16\,(0{,}7+0{,}03t)d_{еф}^2 I \text{ см./сек.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (34)$$

тут $d_{еф}$ в мм., а t в градусах Цельсія.

Ця формула на думку самого автора її може бути застосована тільки для $d_{еф}$, не більшого від 3 мм., та для спаду I, не більшого від 2. Крім того, в ній не враховано значіння шпарности.

Раціональнішою є приведена вже формула Slichter'a (30 і 31), куди треба тільки замісць d_c вставити поперечник ефективного зерна $d_{еф}$, після чого одержимо:

$$v_ф{}^{см.}/_{сек.} = 0{,}10219\,\frac{d_{еф}^2}{K_2}\,\frac{1}{\nu}\,\frac{h}{l} = 0{,}10219\,\frac{d_{еф}^2}{K_2}\,\frac{1}{\nu}\,I = \varepsilon I \ldots (35)$$

або

$$v_ф\,\frac{\text{метр.}}{\text{мин.}} = 0{,}06131\,\frac{d_{еф}^2}{K_2}\,\frac{1}{\nu}\,\frac{h}{l} = 0{,}06131\,\frac{d_{еф}^2}{K_2}\,\frac{1}{\nu}\,I = \varepsilon I \ldots (36)$$

В останніх формулах коефіцієнт водоносности ε буде:

$$\varepsilon = 0{,}10219\,\frac{d_{еф}^2}{K_2\nu}\,\text{см.}^3/\text{сек. через 1 кв. см.} \ldots\ldots\ldots (37)$$

або

$$\varepsilon = 0{,}06131\,\frac{d_{еф}^2}{K_2\nu}\,\frac{\text{метр.}^3}{\text{мин.}}\ \text{через 1 кв. м.} \ldots\ldots\ldots (38)$$

В англійських мірах коефіцієнт ε визначається формулою:

$$\varepsilon = 11{,}3\,\frac{d_{еф}^2}{C}\,[1+0{,}0187\,(t°-32°)] \ldots\ldots\ldots\ldots (39)$$

Slichter із великої кількости лабораторних досвідів найшов значіння для ε в куб. футах за минуту при фільтруванні води через поперечний розсік в один квадр. фут при температурі води в 60° Фаренгейта.

Дані, одержані ним шляхом безпосередніх досвідів, а почасти з формули (39), він умістив у дві таблиці*): одну для значінь ε при ріжних ефективних поперечниках та при ріжній шпар-

*) Proceeding of the American society of civil engineers. 1923. May. J. Justin. The design of earth dams.

ності λ_0, а другу — для поправок величини ε при зміні температури води.

В таблицях № 6 і № 7 показано ці величини, але тільки перераховано їх на метричні міри та на градуси Цельсія.

Таблиця № 7.

Поправки коефіцієнта ε на температуру при ріжній температурі води в градусах Цельсія.

Температура води в градусах С.	Множник, яким треба множити ε з таблиці № 6.	Температура води в градусах С.	Множник, яким треба множити ε з таблиці № 6.
0	0,64	21	1,15
1	0,65	24	1,23
4	0,72	27	1,31
7	0,79	30	1,39
10	0,86	35	1,47
13	0,94	35	1,55
$15^5/_9$ (60 F)	1,00	38	1,62
18	1,07		

Покажемо тепер на прикладі, як користуватися таблицями Slichter'a.

Приклад. Свердлуванням було найдено, що грунтова вода протікає вільно без натиску згори через пісок. Обслідування цього піску показало, що ефективний поперечник для нього $d_{еф}=0,1$ мм., а коефіцієнт рівномірности $\mu=3$. Ширина b піскового шару, через який проходить вода, є 120 метр. Відмітка поверхні грунтової води у горішньому профілю є 115,0 метра, а на 450 метрів нижче відмітка поверхні води є 114,4 м. Відмітка підошви (низу) водоносного шару на всій довжині є 110,1 м. Об'ємна шпарність піску $\lambda_0=38\%$. Температура води $t=10°$C. Найти: 1) скорість фільтрування $v_ф$; 2) можливу найбільшу скорість протікання $v_д$; 3) відток $Q_д$ за добу.

Для розвязачня цієї задачі виходимо з основного закону Дарсі:

$$Q=\varepsilon IF \frac{\text{метр.}^3}{\text{мин.}}$$

Таблиця № 6.

Значіння коефіцієнтів — питомих відтоків ε при ріжній об'ємній шпарності λ_0 і при температурі води $15\,{}^5/_9{}^\circ$ C (60° Far.). Відтоки показані в куб. метрах за минуту через площу в один квадр. метр.

$d_{еф}$ зерна в мм.	Об'ємна шпарність λ_0.					
	30 %	32 %	34 %	36 %	38 %	40 %
0,01	0,000010	0,000012	0,000015	0,000018	0,000022	0,000026
0,02	0,000040	0,000048	0,000060	0,000072	0,000087	0,000103
0,03	0,000090	0,000111	0,000136	0,000164	0,000197	0,000233
0,04	0,000160	0,000198	0,000242	0,000292	0,000349	0,000413
0,05	0,000250	0,000308	0,000378	0,000456	0,000548	0,000646
0,06	0,000360	0,000444	0,000544	0,000655	0,000786	0,000930
0,07	0,000490	0,000604	0,000741	0,000893	0,001070	0,001266
0,08	0,000640	0,000789	0,000968	0,001166	0,001398	0,001654
0,09	0,000810	0,001000	0,001225	0,001477	0,001768	0,002091
0,10	0,001000	0,001234	0,001512	0,001823	0,002185	0,002585
0,12	0,001440	0,001777	0,002173	0,002627	0,003146	0,003719
0,14	0,001960	0,002420	0,002963	0,003572	0,004279	0,005066
0,15	0,002250	0,002780	0,003399	0,004100	0,004910	0,005822
0,16	0,002560	0,003158	0,003865	0,004666	0,005593	0,006614
0,18	0,003240	0,003996	0,004892	0,005913	0,007071	0,008367
0,20	0,004000	0,004938	0,006044	0,007285	0,008733	0,010333
0,25	0,006248	0,007714	0,009449	0,011400	0,013655	0,016154
0,30	0,009022	0,011095	0,013594	0,016398	0,019660	0,023256
0,35	0,012268	0,015118	0,018517	0,022342	0,026792	0,031669
0,40	0,016063	0,019751	0,024201	0,029185	0,034900	0,041300
0,45	0,020269	0,024994	0,030632	0,036911	0,044196	0,052365
0,50	0,025055	0,030846	0,037795	0,045568	0,054254	0,064618
0,55	0,030297	0,037338	0,045720	0,055169	0,065989	0,078181
0,60	0,036027	0,044440	0,054376	0,065532	0,078638	0,092964
0,65	0,042367	0,052121	0,063856	0,077114	0,092354	0,109118
0,70	0,049073	0,060442	0,074066	0,089306	0,106985	0,126644
0,75	0,056388	0,069433	0,084887	0,102565	0,122834	0,145390
0,80	0,064160	0,078943	0,096774	0,116586	0,139751	0,165354
0,85	0,072390	0,069154	0,109118	0,131826	0,157734	0,186690
0,90	0,081177	0,099974	0,122469	0,147676	0,176784	0,209028
0,95	0,090373	0,111252	0,136246	0,164592	0,196901	0,233172
1,00	0,100035	0,123444	0,151181	0,182270	0,218542	0,258470
2,00	0,400812	0,493776	0,604418	0,728472	0,873252	1,033272
3,00	0,902208	1,109472	1,359408	1,639824	1,965960	2,325624
4,00	1,606296	1,975104	2,420112	2,918460	3,489960	4,130040
5,00	2,505456	3,084576	3,779520	4,556760	5,455920	6,461760

Щоб вирахувати Q, треба знати три величині: ε, I та F. Коефіцієнт ε можна взяти з таблиць Slichter'a, коли наш грунт припускає можливість користуватися ефективним поперечником. Згідно із завданням, коеф. рівномірности $\mu=3$, отже менший од 5, а тому ефективним поперечником користуватися можна.

З таблиці № 6 для $d_{еф}=0,1$ мм. при $\lambda_0=38\%$ находимо, що при температурі $15^5/_9{}^\circ$ с коеф. $\varepsilon=0,002185$ м.³/мин.

Щоб найти ε при температурі 10° C, шукаємо відповідний множник із таблиці № 7; цей множник є 0,86.

Таким чином, наше $\varepsilon=0,002185\times0,86=0,001879$ м.³/мин.

Найдемо тепер гідравлічний спад I. В даному випадку, коли поверхня підземних вод вільна, без натиску, гідравлічний спад рівняється поверхневому нахилові водяного дзеркала; у нас цей нахил буде:

$$\dot{I}=\frac{115,0-114,4}{450}=0,00133.$$

Найдемо ще середній поперечний розсік F, приймаючи форму його простокутною. Площа горішнього поперечного розсіку $F_1=$ $=(115,0-110,1)\,120$ м.²; площа низового розсіку $F_2=(114,4-$ $-110,1)$ 120 м². Поперечний розсік середнього профілю $F=$ $=\frac{F_1+F_2}{2}=\frac{588+516}{2}=552$ м.²

Маючи тепер всі три величини, находимо:

1) Скорість фільтрування $v_{ф}=\varepsilon I$.

$$v_{ф}=0,001879\times0,00133=0,000002499 \text{ метр./мин.},$$

або $$v_{ф}=0,360 \text{ см./добу.}$$

2) Найбільшу скорість протікання $v_{д}$, користуючись формулою $v_{д}=\frac{v_{ф}}{\lambda_n}$.

Поверхневу шпарність λ_n для $\lambda_0=38\%$ можна вирахувати з допомогою взору (27) або (28), при чому одержимо величини: 16% і 15,3%; приймемо 16%, тоді $v_{д}=\frac{v_{ф}}{0,16}=6v_{ф}$.

3) Відток $Q_{д}=v_{ф}F$ за добу:

$$Q_{д}=0,000002499\times552\times24\times60=1,986 \text{ метр.}^3$$

§ 7. ЗАКОН ФІЛЬТРУВАННЯ ZUNKER'A.

Користування попередніми формулами звязане з необхідністю находження або пересічного поперечника зерна d_c, або ефективного поперечника $d_{еф}$.

Теоретично находження цих поперечників наче б то не зустрічає труднощів, але в дійсності всі методи, направлені для цього обчислення, дуже складні; крім того, їх не легко порівнювати між собою, особливо коли в склад грунту входять дуже дрібні частинки, менші від 0,01 мм.

Тому в останні часи виникла думка вивести закон фільтрування в залежності не від згаданих поперечників умовних зерен, а від внутрішньої поверхні всіх частинок; при цім виявилася необхідність найти методи обчислення цієї внутрішньої поверхні.

Німецький вчений проф. Zunker підійшов до вирішення цього питання таким шляхом:

Згідно з раніш виведеним законом Darcy, $v_{ф}=\varepsilon I$, відсіля $I=\frac{v_{ф}}{\varepsilon}$, або $I=K'v_{ф}$, де $K'=\frac{1}{\varepsilon}$.

Коеф. K' (як і ε) залежить од вигляду й рапавости зерен, від сумарної поверхні зерен в одиниці об'єму грунту, від числа переломів в напрямку току води, від об'єму пор, в'язкости води і нарешті від вибраної системи мір.

Zunker приняв, що форма й рапавість частинок, а також об'єм шпар в мінеральних грунтах міняються мало (це справедливо для грунтів піскових, див. таблицю № 3), тому він вплив цих факторів на величину коефіцієнта K' зовсім відкинув.

При такій умові коеф. K' можна прийняти пропорційним: 1) до змоченої поверхні зернят, себто сумарної поверхні їх $O_{об}$ в одиниці об'єму грунту і 2) до кількости переломів в напрямі току в тій самій одиниці об'єму $N_{об}$.

Тепер можна написати:

$$I=\alpha O_{об}\,.\,N_{об}\,.\,v_{ф} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (40)$$

тут α — коеф. пропорційности, що не залежить уже від сумарної поверхні та числа переломів.

Для частинок грунту з одинаковим поперечником d число переломів $N_{об}$ на одиницю об'єму буде відворотно пропорційним до поперечника d, себто $N_{об}=\frac{\beta}{d}$, де β — співчинник, що залежить од шпарности λ_0; для грунтів мінеральних Zunker приймав його сталим.

Кількість Z частинок в одиниці об'єму грунту при об'ємній шпарності λ_0 буде:

$$Z=\frac{1-\lambda_0}{\frac{1}{6}\pi d^3}=\frac{6(1-\lambda_0)}{\pi d^3} \quad \dots\dots\dots\dots\dots (41)$$

Сумарна поверхня $O_{об}$ частинок в одному куб. сантиметрі грунту зі шпарністю λ_0 при d в см. буде:

$$O_{об}=\pi d^2 . Z=\pi d^2 \frac{6(1-\lambda_0)}{\pi d^3}=\frac{6(1-\lambda_0)}{d} \text{ см.}^2 \dots\dots\dots (42)$$

Коли взяти d в мм., тоді

$$O_{об}=\frac{60(1-\lambda_0)}{d} \text{ см.}^2 \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (43)$$

Тепер рівняння (40) можемо написати в такій формі:

$$I=\alpha \frac{60(1-\lambda_0)}{d} \cdot \frac{\beta}{d} v_ф ,$$

або

$$I=60\alpha\beta(1-\lambda_0)\frac{v_ф}{d^2} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (44)$$

але з рівняння (43) $\quad d=\frac{60(1-\lambda_0)}{O_{об}}$,

тому

$$I=60\alpha\beta(1-\lambda_0)\frac{v_ф . O_{об}^2}{60^2(1-\lambda_0)^2} ,$$

або

$$I=\frac{\alpha\beta}{60}\,\frac{O_{об}^2\, v_ф}{1-\lambda_0} , \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (45)$$

а

$$v_ф=\frac{60}{\alpha\beta}\,\frac{1-\lambda_0}{O_{об}^2}\, I \,\frac{\text{см.}}{\text{сек.}} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (46)$$

Коли множник $\frac{60}{\alpha\beta}$ означити через M, тоді

$$v_{\phi}=M\frac{1-\lambda_0}{O_{об}^2}\,I\,\frac{\text{см.}}{\text{сек.}}\;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(47)$$

або

$$v_{\phi}=\frac{3}{5}M\,\frac{1-\lambda_0}{O_{об}^2}\,I\,\frac{\text{метр.}}{\text{мин.}}\;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(48)$$

Для будь якого сталого λ_0 коеф. M буде також сталий, але для ріжних λ_0 і коеф. M міняється.

Із формул (47, 48) видно, що скорість фільтрування v_{ϕ} є відворотно пропорційна до квадрату внутрішньої поверхні $O_{об}$ грунту.

Це власне і є правило чи закон Zunker'a.

Коли б коеф. M був для певного λ_0 відомий, тоді, знаючи $O_{об}$, можна було б найти v_{ϕ} або й питомий відток ε з формули:

$$\varepsilon=\frac{3}{5}M\,\frac{1-\lambda_0}{O_{об}^2}\,\frac{\text{метр.}^3}{\text{мин.}}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(49)$$

Спробуємо найти значіння M, виходячи з таблиць Slichter'a.

Розгляньмо, напр., грунт з $\lambda_0=40\%$ при $d_{еф}=1$ мм. Для такого грунту при нормальній температурі питомий відток ε після Slichter'a є 0,2585 м.^{3}/мин.

Внутрішня поверхня зерен з поперечником $d=1$ мм. в 1 куб. сант. може бути вирахована; вона є $O_{об}=60$ кв. см., коли шпар зовсім нема, але при $\lambda_0=40\%$ внутрішня поверхня $O_{об}=60\,(1-\lambda_0)=$ $=60\times0{,}60=36$ кв. см.

Тепер можемо скласти таке рівняння:

$$0{,}2585=\frac{3}{5}M\,\frac{1-0{,}40}{36^2}\;;$$

відсіля

$$M=\frac{0{,}2585\times5\times36^2}{3\times0{,}60}=930.$$

Спробуємо тепер, взявши це M, найти коеф. ε для грунту в такою самою шпарністю, але при $d_{еф}=0{,}15$ мм.

Згідно (49)

$$\varepsilon=\frac{3}{5}M\,\frac{1-\lambda_0}{O_{об}^2}\,.$$

$M=930$; $\quad O'_{об}$, з таблиці № 9, $=400$ см.^{2}.

при $\lambda_0=40\%$ $\quad O_{об}=400\times6{,}00=240$ см.^{2}.

Отже, $\varepsilon = \frac{3 \times 930 \times 0{,}60}{5 \times 240^2} = 0{,}00581$ м.^{3}/мин.,

а з таблиць Slichter'а ε при $\lambda_0 = 40\%$ для $d_{e\phi} = 0.15$ мм.$= 0{,}005822$ м.^{3}/мин.; отже, числа майже однакові.

Для попередніх підрахунків можна приймати для коеф. M значіння, приведені в таблиці № 8.

Таблиця № 8.

λ_0 в % →	30	32	34	36	38	40
Число M →	400	500	600	700	800	900

Розгляньмо тепер, які є способи для визначення внутрішньої поверхні якого небудь грунту.

Таких способів є тепер три.

Перший спосіб полягає в геометричному підрахунку поверхней зерен грунту, перетворених теоретично в кульки; другий — в оцінці внутрішньої поверхні грунту на підставі зміни густоти розчину при випаданні з нього зерен ріжної величини; нарешті, третій базується на величині гігроскопічности грунту.

Для можливости застосовання першого способу треба перш за все розділити досліджуваний зразок грунту на окремі фракції з однаковим середнім поперечником зерен.

Способи цього розділення приводяться звичайно в курсах грунтознавства; вони бувають такі: 1) відсівання висушеного й розтертого грунту на ситах з дірками ріжного розміру, звичайно з поперечником від 2 мм. до 0,1 мм.; 2) розподіл грунту на окремі фракції з допомогою підносної сили течії в спеціяльних пристроях (Копецкий, Canz, Fauser); при цьому грунт розділяється на такі фракції: зерна з поперечником від 2-х до 0,1 мм., від 0,1 до 0,05 мм., від 0,05 до 0,01 мм. і нарешті зерна з поперечником, меншим од 0.01 мм. 3) Седиментація (осажування) частинок у вальцях з водою (Atterberg, Zunker, Krauss, Сабанин).

Цією методою грунт можна розділити на такі фракції: 2—1 мм.; 1 — 0,5 мм.; 0,5 — 0,2 мм.; 0,2 — 0,1 мм.; 0,1 — 0,05 мм.; 0,05 — 0,02.; 20 — 10μ (мікронів); 10 — 5 μ.; 5 — 2 μ.; 2 — 1 μ; 1 – 0,5 μ; 0,5 — 0,2 μ і менші від 0,2 μ.

Розділивши тим чи іншим способом взятий грунт на фракції, находимо для кожної фракції середній поперечник зерна. Після цього вираховуємо об'єм такого зерна й поверхню його. Ділимо далі об'єм одного куб. сант. на об'єм одного зерна, вирахований в куб. сант.; і находимо таким чином те число Z зерен, що помістилося б в одному куб. сант., як би шпар зовсім не було. Помноживши це число Z на поверхню одного зерна, находимо теоретичну внутрішню поверхню O_t в одному куб. сант. грунту, коли б λ_0 було рівне 0%; для того ж, щоб найти внутрішню поверхню грунту при його об'ємній шпарності λ_0, треба O_t помножити на $(1 - \lambda_0)$.

Вирахувані таким способом величини O_t для ріжних фракцій приводяться нижче в таблиці № 9.

Таблиця № 9.

d від	d до	середній поперечник d_c	поверхня зерна $W=\pi d_c^2$	об'єм одного зерна $i=0{,}5236 d_c^3$	число Z кульок в 1 куб. сант. $Z=\frac{1000}{i}$	теоретична поверхня $O_t'=WZ$ в 1 куб. сант.	та сама поверхня O'_t, але в кв. см.
мм.	мм.	мм.	мм.^{2}	мм.^{3}	штук.	мм.^{2}	см.^{2}
1	2	3	4	5	6	7	8
0,00	0,01	0,005	0,000079	0,000000065	15·384·615·000	1·215·084	12·150
0,01	0,05	0,030	0,00283	0,000014137	70·736·000	200·183	2·002
0,05	0,10	0,075	0,01766	0,000220894	4·527·000	79·946	799
0,1	0,2	0,15	0,07065	0,001767150	565·000	39·981	400
0,2	0,5	0,35	0,3848	0,022449350	44·500	17·123	171
0,5	1,0	0,75	1,7663	0,220850	4·530	8·001	80
1,0	1,0	1,0	3,1415	0,52360	1·909	5.997	60
1,0	2,0	1,5	7,065	1,767150	565	3·991	40

Користуючись цією таблицею, можна для кожної фракції досліджуваного грунту найти O_t, а потім, знаючи λ_0, вирахувати $O_{об}$.

Нехай, напр., в грунті з $\lambda_0=40\%$ фракція 0,1—0,2 мм. становить 20% від взятого об'єму проби грунту.

Теоретична внутрішня поверхня O_t для даної фракції, як видно з таблиці № 9, є 400 см.^{2};

$$O_{об}=O_t(1-\lambda_0)=400(1-0{,}40)=240 \text{ см.}^2.$$

Але ця фракція займає всього 20% цілого об'єму проби, тому внутрішня поверхня фракції (0,1 — 0,2 мм.) в 1 куб. сант. проби є $240 \times 0.20 = 48$ см.^{2}.

Найшовши таким способом внутрішню поверхню кожної фракції, беремо суму цих поверхней і таким чином визначаємо сумарну поверхню взятої проби.

Як було вже показано раніш, внутрішня поверхня $O_{об}$ в одному куб. сант. грунту при d, взятому в мм., є $\frac{60(1-\lambda_0)}{d}$ см.^{2}.

Внутрішня поверхня того самого грунту, тільки не в одному куб. сант., а в одному грамі його, при питомій вазі грунту $\gamma_{гр}$, буде:

$$O_в = \frac{O_{об}}{\gamma_{гр}} = \frac{60(1-\lambda_0)}{\gamma_{гр}} \cdot \frac{1}{d} \text{ см.}^2 \qquad (50)$$

Коли вага ріжних фракцій в одному грамі проби буде: G_1, G_2, G_3 і т. д., то

$$G_1 + G_2 + G_3 + \ldots\ldots\ldots = 1 \text{ грам.}$$

Внутрішня поверхня для кожної фракції буде:

$$O'_в = \frac{60(1-\lambda_0)}{\gamma_{гр}} \cdot \frac{G_1}{d_1}; \quad O''_в = \frac{60(1-\lambda_0)}{\gamma_{гр}} \cdot \frac{G_2}{d_2} \text{ і т. д.}$$

Сумарна поверхня $O_в = O_в' + O_в'' + O_в''' + \ldots$

або

$$O_в = \frac{60(1-\lambda_0)}{\gamma_{гр}} \left(\frac{G_1}{d_1} + \frac{G_2}{d_2} + \frac{G_3}{d_3} + \ldots\right) \text{ см.}^2 \qquad (51)$$

а

$$O_{об} = 60(1-\lambda_0) \left(\frac{G_1}{d_1} + \frac{G_2}{d_2} + \frac{G_3}{d_3} + \ldots\right) \text{ см.}^2 \qquad (52)$$

Проф. Zunker запропонував замінити вираз в дужках

$$\left(\frac{G_1}{d_1} + \frac{G_2}{d_2} + \frac{G_3}{d_3} + \ldots\right) \text{ через } \frac{1}{d_W}.$$

Величину $\frac{1}{d_W}$ він назвав **питомою поверхнею грунту** і означив літерою U, а величину d_W назвав **діючим поперечником грунту** (в мм.).

Коли б грунт складався тільки зі зерен з поперечником d_W, то внутрішня поверхня його була б така, як і для мішанини зерен із поперечниками d_1, d_2, d_3 і т. д.

Таким чином: $$\frac{G_1}{d_1}+\frac{G_2}{d_2}+\frac{G_3}{d_3}=\frac{1}{d_W} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (53)$$

$$U=\frac{1}{d_W} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (54)$$

$$d_W=\frac{U}{1} \text{ мм.} \ldots\ldots\ldots\ldots (55)$$

Для поперечника $d_W=1$ мм. питома поверхня $U=1$; для поперечника в 10 разів меншого питома поверхня буде в 10 разів більшою. Тому, під питомою поверхнею якого небудь грунту можна розуміти число, що показує, у скільки разів внутрішня поверхня цього грунту більша, ніж поверхня такої самої на вагу проби грунту з такою самою формою частин, з такою самою питомою вагою, але з поперечником, однаковим для всіх зерен і рівним одному міліметрові.

Коли тепер у формулу (52) ввести питому поверхню U, то одержимо для внутрішньої поверхні в 1 куб. сант.

$$O_{об}=60(1-\lambda_0)U \text{ см.}^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (56)$$

При такому значінні $O_{об}$ формули (47, 48) перетворяться в такі:

$$v_\phi=\frac{M}{3600(1-\lambda_0)\,U^2}\,I\,\frac{\text{см.}}{\text{сек.}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (57)$$

або $$v_\phi=\frac{M}{6000(1-\lambda_0)U^2}\,I\,\frac{\text{метр.}}{\text{мин.}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (58)$$

Приклад. Найти v_ϕ при $d_W=1$ мм. і $\lambda_0=40\%$. Для d_W питома поверхня $U=1$; при $\lambda_0=40\%$ коеф. $M=900$. При цих даних

$$v_\phi=\frac{900}{6000\times 0.60\times 1}\,I=0.25I.$$

Таблиця Slichter'а для $I=1$ при $\lambda_0=40\%$ подає питомий відток $\varepsilon=0{,}25847\,\frac{\text{метр.}^3}{\text{мин.}}$, близький до 0,25 $м^3$./мин.

Залежність між величиною $\varepsilon\left(\varepsilon=\frac{v_\phi}{I}\right)$, шпарністю λ_0, в'язкістю води ν і питомою поверхнею U Zunker дає ще і в такій формі:

$$\varepsilon = \frac{0{,}005\lambda_0}{\nu(1-\lambda_0)^2 U^2} \; \frac{\text{см.}^3}{\text{сек.}}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (59)$$

або

$$\varepsilon = \frac{0{,}003\lambda_0}{\nu(1-\lambda_0)^2 U^2} \; \frac{\text{метр.}^3}{\text{мин.}} \; *) \ldots\ldots\ldots\ldots (60)$$

Знаючи величини λ_0, ν і U, можна з цих формул найти ε, а потім при даному I вирахувати $v_\phi = \varepsilon IF$ і нарешті $Q = \varepsilon I$ м.^{3}/мин.

Питому поверхню U находив Zunker або шляхом розділення грунту на окремі фракції, як про це було вже сказано, або ж шляхом аналізу особливої кривої натиску; для вирисування цієї кривої в простокутних координатах відкладалися на осі абсцис коріні квадратові з числа днів, на протязі яких у пристрої відбувалося випадання частинок певної фракції, а на ординатах — висоти, що відповідали натискові в мішанині грунту з водою в ріжні моменти спостережування, себто при ріжних стадіях випадання частинок.**)

Користуючись такими кривими, Zunker визначав питому поверхню взятих проб грунту при умові, що повний процес відстоювання був для всіх проб однаковий, а саме 9 діб.

На підставі таких досвідів Zunker дав дві таблиці для питомої поверхні ріжних фракцій та ріжних природніх грунтів; ці таблиці приводимо нижче.

Таблиця № 10.

Фракція зерен в мм.	Питома поверхня U	Фракція зерен в мм.	Питома поверхня U
від 4 до 2	0,361	0,05 —0,01	49,704
,, 2 —1	0,721	0,01 —0,005	144,266
1	1,000	0,01 —0,002	248,520
,, 1 —0,5	1,443	0,005—0,002	327,381
,, 0,5—0,2	3,274	0,002—0,001	721,330
,, 0,2—0,1	7,213	0,0005	2000,000
,, 0,1—0,05	14,427	0,0002	5000,000

*) Der «Kulturtechniker» № 2, 1926, стор. 151.

**) Детально цей спосіб описаний Zunker'ом в його праці: «Gebrauchsanweisung zur Bestimmung der spezifischen Oberfläche des Bodens». «Der Kulturtechniker» № 2, 1896 р. Крім того, в праці інж. Зауербрей «Известия Научно-Мелиоративного Института» кн. XIV, 1926 г., стор. 251—262.

Таблиця № 11.

№ по черзі	Характер грунту	Питома поверхня U
1.	Пісок з поперечником $d_W=1$ мм. . . .	1
2.	дрібний пісок	<30
3.	супісок	130—30
4.	легкий суглинок	340—130
5.	звичайний суглинок	510—340
6.	важкий суглинок	730—510
7.	звичайна глина	1000—730
8.	густа глина	>1000
9.	особливо густа, щільна глина. . . .	>50000

Питома поверхня грунту U не дає значіння дійсної поверхні і є абстрактним числом; але це число характеризує грунти, а також може служити для находження дійсних величин внутрішньої поверхні грунтів, принаймні для порівняння їх між собою.

Коли взяти, напр., формулу (58), то для грунтів з однаковим λ_0 та при однаковій температурі води, але при ріжній внутрішній поверхні U, можна написати:

$$v'_\phi=\frac{M}{6000(1-\lambda_0)U_1^2} \text{ метр./мин.},$$

$$v''_\phi=\frac{M}{6000(1-\lambda_0)U_2^2} \text{ метр./мин.},$$

відсіля

$$v'_\phi : v''_\phi=U_2^2 : U_1^2, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (61)$$

себто скорості фільтрування відворотно пропорційні до квадратів питомих поверхней грунтів, що мають однакове λ_0.

Маючи останнє відношення, а також користуючись, напр., таблицею 11 (або 10), можна сказати, що скорість фільтрування v'_ϕ через звичайну глину (категорія 7) буде приблизно у мілійон разів менша, ніж скорість v''_ϕ фільтрування через пісок категорії 1-ої, бо $v'_\phi : v''_\phi=U_2^2 : U_1^2=1^2 : 1000^2$; отже, $v'_\phi=\frac{v''_\phi}{1000^2}$.

Згадані вище способи находження внутрішньої, а також питомої поверхні грунтів не можна вважати за бездоганні.

Внутрішня поверхня й питома поверхня мають найбільші значіння для фракцій з дуже малих частинок, поперечник яких менший од 0,001 мм. (одного мікрона μ), але як раз для цих фракцій і находження ваги їх в досліджуваній пробі грунту й графічне будування способом Zunker'а є особливо трудними.

Тому Mitscherlich*) запропонував інший спосіб находження внутрішньої поверхні грунту, виходячи з таких міркувань: повітряно-суха проба грунту, вміщена під дзвін повітряної помпи над 10% розчином H_2SO_4, вбирає в себе таку кількість води, що навкруги кожної частинки грунту утворюється тонесенька зі сталою грубиною плівочка гігроскопічної води.

Як що зважити пробу грунту один раз тоді, коли вона має тільки гігроскопічну воду, а другий раз після просушки грунту при температурі в 105° С, то ріжниця ваги дасть вагу гігроскопічної води для взятої проби.

В а г у г і г р о с к о п і ч н о ї в о д и, в і д н е с е н у д о 100 г р а м і в г р у н т у, в и с у ш е н о г о п р и 105° С, н а з и в а ю т ь г і г р о с к о п і ч н і с т ю г р у н т у. Далі означаємо її через $W_к$ (грамів).

Коли, напр., вага проби вкупі з гігроскопічною водою була 7,2968 грамів, а вага тієї ж проби після кількагодинної просушки при 105° С була 6,4698 гр., то вага гігроскопічної води буде 0,827 гр., а гігроскопічність грунту буде:

$$W_к = \frac{0,827}{6,4698} \cdot 100 = 12,78 \text{ (грамів)}.$$

Таким чином, вагу гігроскопічної води, що обволікає кожне зернятко найтоншою верствою, найти можна. Коли б тепер знати грубість цієї верстви, тоді не тяжко було б найти об'єм і вагу гігроскопічної води, що приходиться на один квадратовий сант. поверхні, а потім, виходячи з ваги гігроскопічної води в одному грамі грунту, найти внутрішню поверхню Ω в одному грамі висушеного грунту.

Грубість δ_0 верстви гігроскопічної води приймається ріжними дослідниками не однаковою.

Ehrenberg**) приймає її рівною 10 молекулам води, а попереч-

*) E. Mitscherlich. Bodenkunde. S. 66—75.
E. Mitscherlich. Bodenkundliches Praktikum. 1927.

**) Ehrenberg. Die Bodenkolloide. 1918, стор. 268—276.

ник молекули води $\delta=0{,}25\times10^{-7}$ см., або 0,000000025 см. $=0{,}25$ $\mu\mu$. (мілімікрона);

Гольдгаммер*) приймає $\delta=0{,}27\times10^{-7}$ см.

Novák**) $\delta=$від $0{,}25\times10^{-7}$ до 1×10^{-7} см.

Zunker***) приймає грубість верстви $\delta_0=220\delta$.

Mitscherlich прийняв дані Ehrenberg'a, себто $\delta_0=10\delta=2{,}5\times10^{-7}$ см. $=0{,}00000025$ см.

При такій грубості верстви води вага її на поверхні в один квадр. см. при питомій вазі води $\gamma=1$ (один куб. см. води важить один грам) буде $0{,}00000025\times1\times1=0{,}00000025$ грама.

Вага гігроскопічної води, віднесена до одного грама сухого грунту, рівна $\frac{W_н}{100}$ грамів.

Тому внутрішня поверхня Ω в одному грамі висушеного при 105° C грунту буде:

$$\Omega=\frac{W_н}{100}:0{,}00000025=40000W_н \text{ см.}^2, \quad \ldots\ldots (62)$$

або інакше
$$\Omega=4W_н \text{ метр}^2. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (63)$$

Внутрішня поверхня $O_{об}$ в одному куб. сантиметрі грунту є очевидно більша від внутрішньої поверхні Ω в одному грамі грунту у стільки разів, у скільки один куб. сантиметр грунту важить більше, ніж один грам.

Як що вагу одного куб см. сухого грунту означити через $\gamma_з$, то

$$O_{об}=\Omega\gamma_з, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (64)$$

відкіля
$$O_{об}=40000\,\gamma_з W_н \text{ см.}^2, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (65)$$

або
$$O_{об}=4\,\gamma_з W_н \text{ метр.}^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (66)$$

Визначивши таким способом внутрішню поверхню $O_{об}$, можемо вставити значіння її в рівняння (47) або (48) і одержимо:

$$v_ф=M\frac{1-\lambda_0}{40000^2\,\gamma_з^2W_н^2}\,I\,\frac{\text{см.}}{\text{сек.}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (67)$$

Zunker і Krauß перевели цілий ряд визначень гігроскопіч-

---

*) Проф. Гольдгаммер. Невидимый глазу мір. Стор. 128.

**) V. Novák. Fysika, стор. 288.

***) «Известия Научно-Мелиорационного Института» т. XIV, стор. 314.

ности грунтів та питомої поверхні їх. Дані цих визначень приведено нижче в таблиці № 12.*)

Таблиця № 12.

Гігроскопічність та питома поверхня грунтів.

№ грунту	Гігроскопічність $W_н$	Питома поверхня за Zunker'ом $U_{9\ годин}$	Питома поверхня за Krauss'ом U_k
1	0,32	2,4	30
2	0,62	24	50
3	0,90	67	70
4	0,92	132	170
5	1,51	101	200
6	3,44	258	560
7	3,79	419	—
8	3,82	260	600
9	4,02	320	690
10	4,62	500	1340
11	5,24	348	870
12	5,25	342	870
13	5,28	267	1230
14	5,36	393	1420
15	5,61	365	800
16	5,64	381	910
17	6,02	269	1020
18	6,33	690	—
19	6,45	670	—
20	7,00	283	1460
21	7,63	443	1170
22	8,41	252	1120
23	8,53	745	2000
24	10,45	308	1370
25	11,73	305	1320
26	13,22	853	2350
27	14,33	835	2120
28	14,67	492	1860
29	18,55	723	2590
30	20,66	450	—

*) Таблицю взято з журналу «Der Kulturtechniker» 1926 р. № 6, стор. 370.

Із цієї таблиці можна зробити де які висновки. Перш за все легко бачити, що питома поверхня грунтів, яка найдена Krauß'ом методом розділення проби грунту на окремі фракції, сильно відріжняється абсолютною величиною від даних Zunker'а; тому прямо порівнювати їх між собою не можливо.

Коли взяти з таблиці № 12 гігроскопічність та питому поверхню U_k за Краусом і відложити на осі абсцис гігроскопічність, а ординатами зробити відповідні U_k, то для звичайних грунтів, для яких $W_н$ не більше від 7—8, можна прийняти, що

$$U_k=150W_н \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (68)$$

Цікаво, що приблизно такий самий звязок між U_k та $W_н$ можна вивести з порівняння між собою формул Freckmann — Janert'а та Zunker'а, запропонованих ними для визначення величини міждренних віддалень L.

Після Freckmann-Janert'а ця величина L визначається з формули*)

$$L=30-1{,}6\sqrt[3]{U_k} \text{ метр.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (69)$$

де U_k — питома поверхня по Краусу.

Згідно з Zunker'ом**)

$$L=30-8{,}7\sqrt[3]{W_н} \text{ метр.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (70)$$

Із цих двох формул виходить, що $U_k \doteq 160W_н$. Для дальшого приймемо середнє значіння, а саме:

$$U_k=155W_н \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (71)$$

Коли тепер пригадати, що $O_{об}=\frac{60(1-\lambda)_0}{d}$ см.^{2}, а $\frac{1}{d}=U_k$, то $O_{об}=60(1-\lambda_0)U_k$.

На підставі рівности (68) можемо написати:

$$O_{об}=60\,(1-\lambda_0)\,155W_н=9300\,(1-\lambda_0)W_н \quad \ldots\ldots (72)$$

Але ми найшли також, що при грубості гігроскопічної верстви $\delta_0=10\delta$ $O_{об}=40000\gamma_\delta W_н$. При правильно вибраному значінні δ_0 ці два вирази для $O_{об}$ мусіли б бути між собою рівними. Спро-

*) «Der Kulturtecnhiker» 1926, ч. 6, стор. 368.

**) «Der Kulturtechniker» 1926, ч. 6, стор. 371.

буємо їх порівняти при певних значіннях λ_0 і γ_3. Для звичайних грунтів можна прийняти $\lambda_0=35\%$, а $\gamma_3=1,5$ грама. При цих даних $O_{об}=9300(1-\lambda_0)W_н=6045W_н$, а з другої формули $O_{об}=$ $=60000W_н$, себто приблизно в 10 разів більше.

Для того, щоб і друга формула давала таке саме значіння, як перша, треба припустити, що гігроскопічна верства складається не з 10, а зі 100 молекул, себто рівна 0,0000025 см., тоді

$$\Omega = \frac{W_н}{100}:0,0000025=4000W_н \text{ см.}^2 , \ldots\ldots \quad (73)$$

а

$$O_{об}=4000\gamma_3 W_н \text{ см.}^2 \ldots\ldots\ldots \quad (74)$$

Коли тепер заступити формулу (65) останньою, то можемо написати:

$$v_ф=\frac{M\ (1-\lambda_0)}{4000^2\gamma_3^2\ W_н{}^2} I \text{ см./сек.}, \quad (75)$$

а

$$\varepsilon=\frac{M\ (1-\lambda_0)}{4000^2\gamma_3^2\ W_н{}^2} \text{ см.}^3\text{/сек.}, \quad (76)$$

або

$$\varepsilon=\frac{3}{5}\frac{M\ (1-\lambda_0)}{4000^2\gamma_3^2\ W_н{}^2} \text{ м.}^3\text{/мин.} \quad (76')$$

Користуючись останніми формулами, можна находити $v_ф$ і ε, знаючи M, λ_0, γ_3 і $W_н$.

Приклад. Найти ε для піску при $\lambda_0=40\%$, $\gamma_3=1,5$ і $W_н=0,06$.

Згідно з формулою (76) $\varepsilon=\frac{M\ (1-\lambda_0)}{4000^3\gamma_3^2\ W_н{}^2}$ см.^{3}/сек. Для $\lambda_0=40\%$ коефіцієнт $M=900$, тому

$$\varepsilon=\frac{900\times 0,60}{16000000\times 2,25\times 0,0036} \text{ см.}^3\text{/сек.},$$

або

$$\varepsilon=\frac{3}{5}\ \frac{900\times 0,60}{16000000\times 2,25\times 0,0036} \text{ м.}^3\text{/мин.},$$

відкіля

$$\varepsilon \doteq 0,0025 \text{ м.}^3\text{/мин.}$$

Таке значіння ε ми найшли б з таблиць Slichter'а для $d=0,1$ мм. ($\varepsilon=0,002585$).

Описана вище метода має ту велику хибу, що грубість гігроскопічної верстви цілком не встановлена, а через це й значіння для внутрішньої поверхні будуть при ріжних припущеннях ріжні.

Одначе й цією методою можна користуватися для порівнюючої оцінки елементів фільтрування в ріжних грунтах.

Коли розглядати скорість фільтрування в грунтах однакової ваги, з однаковою об'ємовою шпарністю та при однакових спадах I, то з формули (75) найдемо, що при гігроскопічності $W_н'$

$$v_ф' = \frac{M(1-\lambda_0)}{(4000\,\gamma_з)^2\, W_н'^2}\, I,$$

а при гігроскопічності $W_н''$

$$v_ф'' = \frac{M(1-\lambda_0)}{(4000\,\gamma_з)^2\, W_н''^2}\, I$$

Відсіля

$$v_ф' : v_ф'' = W_н''^2 : W_н'^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (77)$$

Приклад 1. Для піску з $d=0{,}1$ мм. при $\lambda_0=36\%$ найдено, що $W_н'=0{,}07$; для другого піску при такому ж λ_0 найдено, що $W_н''=0{,}03$. Найти питомий відток ε для другого піску.

При однакових I $\quad v_ф' : v_ф'' = \varepsilon' : \varepsilon''$.

Тому $\quad \varepsilon' : \varepsilon'' = W_н''^2 : W_н'^2$.

Для грунту з $d=0{,}1$ мм. при $\lambda=36\%$ найдемо з таблиць Slichter'а, що при температурі $15^5/_9{}^\circ$ C $\varepsilon'=0{,}001823$ метр.^{3}/мин.

Тепер можемо написати:

$$0{,}001823 : \varepsilon'' = 0{,}03^2 : 0{,}07^2,$$

відсіля $$\varepsilon'' = \frac{0{,}001823 \times 49}{9} = 0{,}009925 \text{ м.}^3/\text{мин.}$$

Порівнявши між собою рівняння (61, 62 і 77), можемо написати для однакових I:

$$v'_ф : v''_ф = \varepsilon' : \varepsilon'' = U_2^2 : U_1^2 = \Omega_2^2 : \Omega_1^2 = W_н''^2 : W_н'^2 \ldots\ldots (78)$$

Приклад 2. Найти величину питомого відтоку ε для грунту, обслідуваного Краусом*) і розкладеного ним методою седиментації на фракції, показані в таблиці № 13. Питому поверхню

*) «Der Kulturtechniker» 1926, стор. 369.

грунту Краус найшов рівною 170, що відповідає діючому поперечникові $d_W=\frac{1}{U_k}=0{,}006$ мм. Гігроскопічність була $W_н=0{,}92$; об'ємна шпарність $\lambda_0=40\%$; температура води 10° С.

Таблиця № 13.

Поперечник зерен фракції d в мм.	Вага кожної фракції в %
2—1	0,9
1—0,5	2,1
0,5—0,2	22,8
0,2—0,1	24,4
0,1—0,05	20,3
0,05—0,02	9,8
20 μ—10 μ	6,6
10 μ—5 μ	5,0
5 μ—2 μ	3,5
2 μ—1 μ	2,0
1 μ—0,5 μ	1,6
0,5 μ—0,2 μ	1,4
< 0,2μ	1,6
	100%

а) за Slichter'ом.

Таблиця Slichter'а має значіння для ε при $d_{еф}$ від 0,01 мм. до 5 мм., в нашому ж прикладі d_W, що є близьке до $d_{еф}$, $=0{,}006$ мм. Найти ε при такому d можна, користуючись формулою Slichter'а:

$$\varepsilon=0{,}06131\frac{d^2}{K_2\nu}\ \frac{\text{метр.}^3}{\text{мин.}}$$

і таблицею № 5; найдемо:

$$\varepsilon=0{,}06131\frac{0{,}006^2}{20{,}3\times0{,}013}=$$
$$=0{,}000008\ \text{м.}^3/\text{мин.}$$

б) Найдемо спершу ε для $d=1$ мм., при якому $U_k=\frac{1}{d}=$ $=1$; з таблиць Slichter'а при $\lambda_0=40\%$ і $t=15^5/_9$°C, маємо $\varepsilon'=0{,}2585$ м.^{3}/мин.; при $t=10°$ С поправка на температуру згідно з таблицею № 7 є 0,86; тому $\varepsilon=0{,}86$, $\varepsilon'=0{,}86\times0{,}2585=0{,}2223$.

Питома поверхня нашого грунту U_k рівна не 1, а 170, тому ε_1 найдемо з відношення (78):

$$\varepsilon_1 : \varepsilon=U^2 : U_1^2,$$
$$\varepsilon_1 : 0{,}2223=1^2 : 170^2,$$
$$\varepsilon_1=\frac{0{,}2223}{170^2}=0{,}000008\ \text{метр.}^3/\text{мин.}$$

в) За Zunker'ом $\varepsilon=\dfrac{0{,}003\,\lambda_0}{\nu\,(1-\lambda_0)^2\,U^2}$ м.^{3}/мин.

Отже, у нас $\varepsilon=\dfrac{0{,}003\times0{,}40}{0{,}013\times0{,}36\times170^2}=0{,}000009$ м.^{3}/м.

З формули (76′)

$$\varepsilon = \frac{3}{5}\ \frac{M(1-\lambda_0)}{4000^2\gamma_3^2 W_н^2}\ м.^3/мин.;$$

вага одного куб. сант. грунту γ_k була найдена рівною 1,6 гр.; тому

$$\varepsilon = \frac{3}{5}\ \frac{900 \times 0,60}{16000000 \times 2,56 \times 0,92^2} = 0,000009\ м.^3/мин.$$

Таким чином, обрахунки з ріжних формул дали наслідки, досить близькі один до одного (розходження біля 10%).

§ 8. ЗАКОНИ ФІЛЬТРУВАННЯ SMREKER-A, KRÖBER-A, KRÜGER-A.

Всі формули, що були раніш приведені, мають ту спільну рису, що в них скорість фільтрування приймається, згідно із законом Darcy, пропорційною до п е р ш о г о ступня гідравлічного спаду I, при чому співчинник ε не залежить од I.

Одначе, цей закон є правильним тільки в певних границях.

Piefke*) на підставі досвідів над фільтруванням води через пять сортів піску дав такий график залежности між гідравлічним спадом I та скорістю фільтрування $v_ф$ в метрах за годину (рис. 10).

Із цього графика видно, що при малих скоростях фільтрування, біля 0,25 метра за годину, або 0,0042 метра за минуту та при спадах I, не більших від 0,25, закон Darcy годиться для грунтів із зернами ріжної величини.

Для грубо-зернистого піску цей закон дотримується і при більших скоростях, а саме до 2,5 метра за годину, або 0,042 метра за минуту.

Зі збільшенням величини спаду I скорість фільтрування $v_ф$ робиться пропорційною не до першого ступня спаду I, (як при русі ламінарному) і не до $\sqrt{I}$ (як при русі турбулентному), а до спаду I в ступні, меншому від одиниці, але більшому від половини.

Тому тепер де-які дослідувачі дають для скорости фільтрування формули такого характеру:

*) E. Prinz. Handbuch der Hydrologie, стор. 171.

$$v_{\phi}^{m} = K_0 I,$$

або

$$v_{\phi} = \sqrt[m]{K_0}\, I^{1/m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (79)$$

До таких формул належать:

1) Досить поширені за останні роки формули Smreker'а. Smreker*) запропонував таку залежність між скорістю проті-

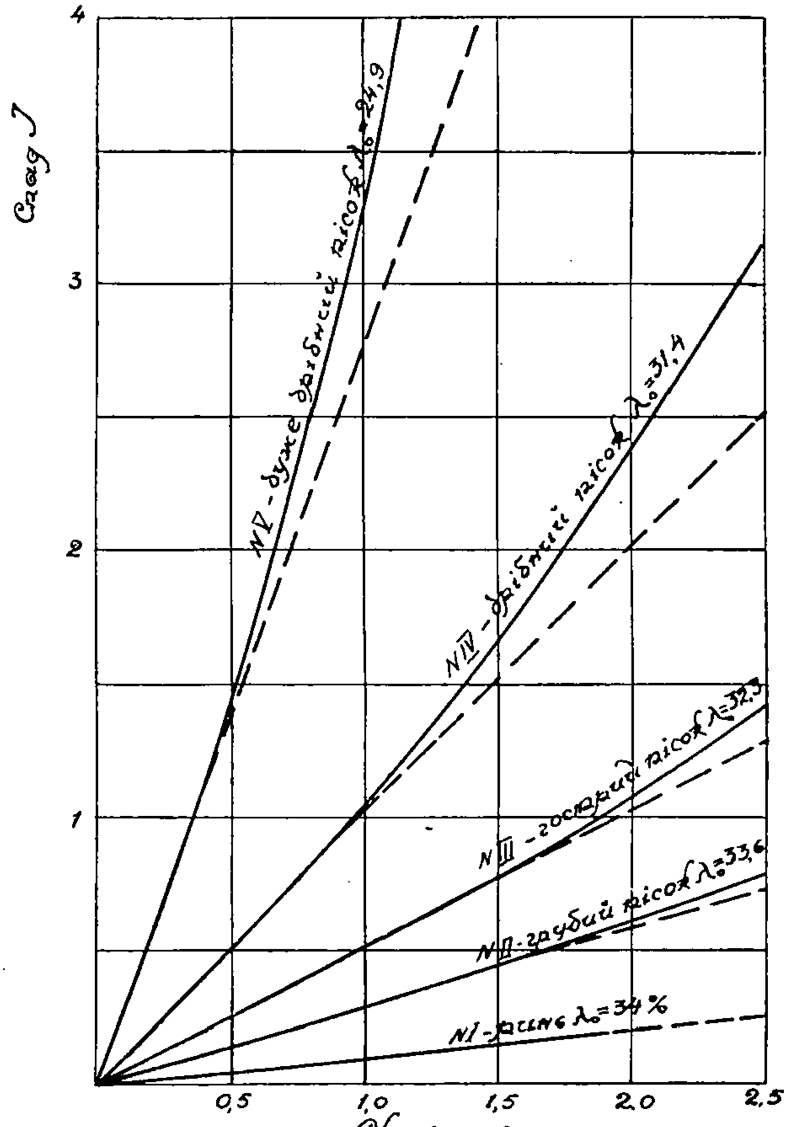

Рис. 10.

кання води в грунті та гідравлічним спадом:

$$v = \sqrt[m]{\frac{2g}{\alpha} I} = K_1 I^{\frac{1}{m}} = \frac{1}{K_2}\left(\frac{I}{C}\right)^{\frac{1}{m}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (80)$$

---

*) Dr. Ing. Smreker. Das Widerstandgesetz bei der Bewegung des Grundwassers. «Journ. für Gasbel. und Wass.» H. 32. S. 452, 1915.

Проф. А. Сурин. Водоснабжение 1926, стор. 265—297.

Der Wasserbau. Die Wasserversorgung der Städte. 1914, стор. 141.

тут m, α і C — коефіцієнти, що залежать од властивостей грунту; їх находять для кожного випадку окремо або шляхом лабораторним, або прямо на полі; пересічне значіння $m=1,5$; $K_1 = \sqrt[m]{\frac{2g}{\alpha}}$; $C = \frac{\alpha}{2gK_2^m}$.

Виходячи тепер із припущення (80), можемо написати рівняння, подібне до (17), а саме:

$$Q = vF_1 = K_1 I^{\frac{1}{m}} F_1,$$

але згідно з рівнянням (18) $F_1 = \lambda_n F$, а тому:

$$Q = K_1 \lambda_n I^{\frac{1}{m}} F, \quad\ldots\ldots (81)$$

інакше

$$Q = \varepsilon_0 I^{\frac{1}{m}} F, \quad\ldots\ldots (82)$$

де ε_0 — питомий відток,

або

$$Q = \lambda_n F v \quad\ldots\ldots (83)$$

$$Q = \left[\frac{2gK_2{}^m}{\alpha}\right]^{\frac{1}{m}} F I^{\frac{1}{m}} = F\left(\frac{I}{C}\right)^{\frac{1}{m}} \quad\ldots\ldots (84)$$

Відкіля скорість фільтрування v_{ϕ} буде:

$$v_{\phi} = \frac{Q}{F} = K_1 \lambda_n I^{\frac{1}{m}} = \varepsilon_0 I^{\frac{1}{m}} = \lambda_n v = \left(\frac{I}{C}\right)^{\frac{1}{m}} \quad\ldots\ldots (85)$$

При користуванні формулою Smreker'а для находження скоростей фільтрування в будь-якому грунті при ріжних спадах I треба знати вже не один співчинник ε, як при законі Darcy, а два: ε_0 і m; або C і m.

Лабораторним шляхом можна найти ці коефіцієнти, користуючись, напр., пристроєм Thiem'а (рис. 8) таким способом: пропускають через пристрій два відтоки Q_1 і Q_2 при ріжних спадах I_1 і I_2.

Тоді можна написати:

$$Q_1 = \varepsilon_0 I_1^{\frac{1}{m}} F,$$

$$Q_2 = \varepsilon_0 I_2^{\frac{1}{m}} F.$$

Із цих двох рівнянь і можна найти дві невідомі ε_0 і m, якими потім можна користуватися для находження Q при других спадах I.

При вивченні руху ґрунтових вод (а не доземного фільтрування), коефіцієнти ε, m і C находять іншим шляхом, як це побачимо далі.

Виходячи з тих самих міркувань, Kröber*) для скорости фільтрування, особливо в грубозернистих грунтах, запропонував таку формулу:

$$v_ф=149300\, d_c \left(\frac{I}{900}\right)^{\frac{8+d_c}{8+2d_c}} \text{метр./доба} \dots\dots\dots\dots (86)$$

де d_c — середній поперечник зерен в мм.;

Формулу (86) можна переписати так:

$$v_ф=103{,}7\, d_c \left(\frac{I}{900}\right)^{\frac{8+d_c}{8+2d_c}} \text{метр./мин.} \dots\dots\dots\dots (87)$$

Ця формула для більших d_c відступає від закону Darcy; напр., при $d_c=4$ мм. покажчик ступня $\frac{8+d_c}{8+2d_c}=0{,}75$; при малих d_c формула Kröber'a наближається до закону Darcy, напр., при $d_c=0{,}1$ мм. $\frac{8+d_c}{8+2d_c}=\backsim 1$.

До останньої ж категорії формул відноситься формула Krüger'a**):

$$v_ф=\frac{1\cdot 440\cdot 000\, \lambda_0}{O_{об}^2} I^{2/3} \text{метр./доба,} \dots\dots\dots\dots (88)$$

або

$$v_ф=\frac{1000\, \lambda_0}{O_{об}^2} I^{2/3} \text{метр./мин.} \dots\dots\dots\dots (89)$$

Для грунтів з поперечником d_c не >2 мм. при спадах I не $>0{,}5$ Krüger приймає, що

$$v_ф=\frac{1000\, \lambda_0}{O_{об}^2} I \text{ метр./мин.,} \dots\dots\dots\dots (90)$$

*) E. Krüger. Kulturtechnischer Wasserbau. 1921 р. стор. 37.

**) «Известия Н.-М. Института», выпуск 11—12, 1925 г., стор. 294.

відкіля $$\varepsilon_0 = \frac{1000\,\lambda_0}{O_{об}^2} \text{ метр.}^3/\text{мин.} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (91)$$

Пригадуючи тепер все сказане вище щодо находження питомого відтоку ε, скорости фільтрування $v_ф$ та відтоку Q через фільтри, можна зробити такі висновки:

Закон Darcy, після якого скорість протікання $v_д$ і скорість фільтрування $v_ф$ пропорційні до першого ступня гідравлічного спаду I, можна застосовувати для тих випадків протікання води через фільтруючі матеріяли, коли гідравлічний спад малий (не більший од 0,25); окремі зерна грунту й відступи між ними також малі (d не більші 3 мм.)*); при цьому й скорість фільтрування теж мала (не більша від 0,25 метра за минуту).

Протікання грунтових вод найчастіше відбувається як раз в таких умовах, а тому для цих вод, коли вони проходять не через грубо-зернисті землі (груз, рінь), можна користуватися законом Darcy. Питомий відток ε можна при цьому находити: для грунтів з частинками від 0,01 мм. до 3-х мм. з таблиць Slichter'а, а для грунтів дрібнозернистих ($d < 0{,}01$ мм.); — користуючись питомою поверхнею U_k, або гігроскопічністю грунтів $W_к$.

Закон Smreker'а, згідно з яким скорість протікання $v_д$ і скорість фільтрування $v_ф$ пропорційні до гідравлічного спаду I в ступні, меншім від одиниці, а більшім од половини, годиться в разі фільтрування води з більшими скоростями, що можуть утворитися або при великих гідравлічних спадах I, або при грубозернистому й грубодірчастому грунті. Тому в тих, напр., випадках, коли грунтові води протікають поміж грузом або рінню, доцільно користуватися законом Smreker'а.

§ 9. ПРИКЛАДЕННЯ ЗАКОНІВ ФІЛЬТРУВАННЯ ДО РУХУ ГРУНТОВИХ ГРАВІТАЦІЙНИХ ВОД.

На практиці дуже часто приходиться розвязувати питання, які відносяться до руху грунтових вод, що відбувається під впливом сили земного притягу; такий рух звемо гравітаційним рухом грунтових вод.

До тих природніх явищ, при яких повстають згадані питання, належать: 1) притікання грунтових вод до відкритої

*) Ph. Farchheimer. Hydraulik, p. 1914, стор. 423.

канави або до дренажної труби; 2) притікання грунтових вод до колодязя; 3) фільтрування води через земляні греблі; 4) фільтрування води по-під гідротехнічними спорудженнями.

Виведені в попередніх параграфах закони фільтрування дають уже можливість освітлювати теорією згадані питання. Для цього найчастіше виходили й виходять із закону Darcy, згідно з яким гідравлічний спад I приймається пропорційним до першого ступня середньої скорости протікання $v_д$, а також і скорости фільтрування $v_ф$; а тому і в цій праці далі будуть розібрані переважно прикладення цього саме закону; одначе, будуть дані методи обрахунків і на підставі інших законів.

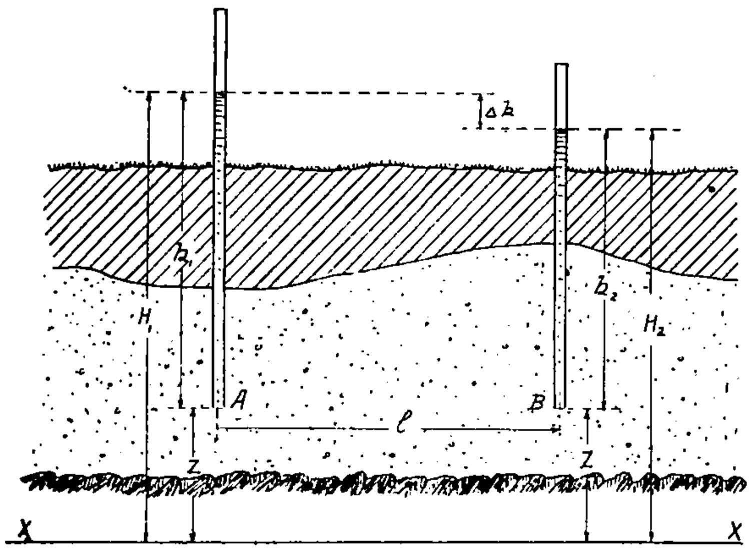

Рис. 11.

Скорість частинок води при гравітаційному русі її в грунті є звичайно дуже мала; вона буває далеко меншою від критичної, що вираховується з формул: Рейнольдса (15) $v_{кр}=\frac{1000\nu}{r}$, або Гопфа (15′)—$v_{кр}=\frac{300\nu}{H}$, а тому рух цей можна вважати ламінарним (повзучим).

Властиво кажучи, прийняття цього руху за чисто ламінарний не є правильним, але висновки, зроблені на підставі такого припущення, не розходяться далеко з дійсністю.

Виведемо тепер основні рівняння для у с т а л е н о г о гравітаційного руху грунтових вод.

Уявім, що в просочливий шар грунту, через який пливуть грунтові води (рис. 11.), вставлено два пієзометри так, щоб вони своїми нижніми кінцями були на однаковій висоті z над довільною поземою площею XX.

Завдяки певним тисненням в точках A і B вода в пієзометрах піднесеться взагалі на різну висоту. Різниця пієзометричних висот Δh при наближенні рурок на віддаль dl стане dh. Цей абсолютний спад тиснення буде витрачатися на поборення тертя при протіканні води; гідравлічний спад буде $I = \frac{dh}{dl}$. Згідно із законом Darcy скорість протікання води по рурочках $v = KI = K\frac{dh}{dl}$ (23).

Для метів цієї скорости на три осі координат можна написати:

$$v_x = K\frac{\partial h}{\partial x}; \quad v_y = K\frac{\partial h}{\partial y} \quad і \quad v_z = K\frac{\partial h}{\partial z}.$$

Із загальної гідравліки відомо, що для тяглости руху крапельної течі є необхідною умова:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0.$$

Вставимо в це рівняння наші значіння метів скорости v і одержимо:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K\frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K\frac{\partial h}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K\frac{\partial h}{\partial z}\right) = 0,$$

або $$\frac{\partial^2(Kh)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(Kh)}{\partial y_2} + \frac{\partial^2(Kh)}{\partial z^2} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (92)$$

Останнє рівняння подібне до рівняння Лапласа для руху ідеальної течі з потенціялом скоростей, а тому робимо висновок, що складові по осях координат від скорости частинки грунтової води будуть похідними функції $Kh = f(x, y, z, t)$, яку називають **потенціялом скорости підземних вод**.

Користування останнім рівнянням, виведеним для руху частинки води в канальцях ріжноманітної форми й розсіку, було б неможливим. Тому для практичних потреб беруть скорість фільтрування $v_ф$, яка при сталому K є просто пропорційна до значно більшої скорости протікання $v_д$. При цій умові можемо написати:

$$W = v_\phi = K\lambda_n \frac{dh}{dl} = \varepsilon \frac{dh}{dl},$$

або
$$W_x = \varepsilon \frac{\partial h}{\partial x}; \quad W_y = \varepsilon \frac{\partial h}{\partial y}; \quad W_z = \varepsilon \frac{\partial h}{\partial z};$$

і
$$\frac{\partial^2(\varepsilon h)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\varepsilon h)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(\varepsilon h)}{\partial z^2} = 0.$$

Приймаючи коефіцієнт водоносности ε сталим, одержимо:

$$\boxed{\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial z^2} = 0}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (93)$$

$$\text{або } \nabla^2 h = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (93')$$

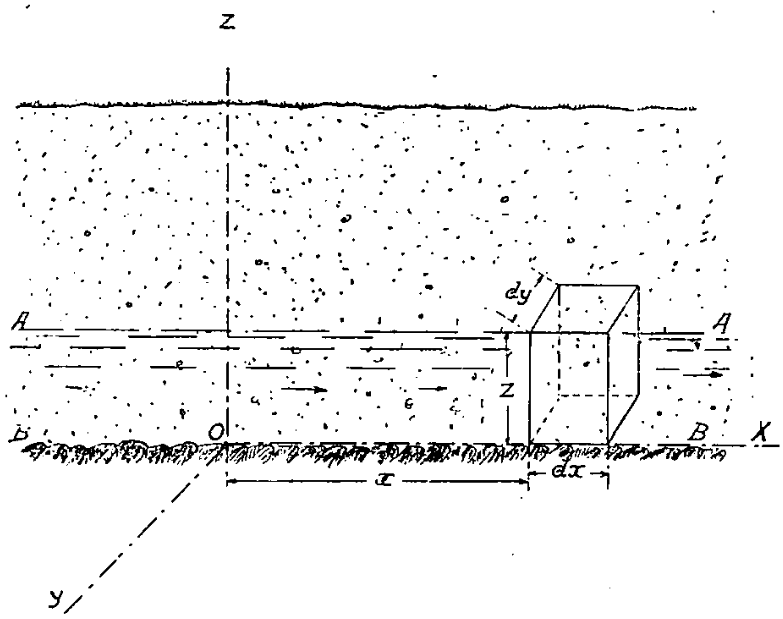

Рис. 12.

Рівняння (93) і дає **з а г а л ь н у у м о в у** тяглости усталеного руху грунтової води в одноманітнім грунті.

В дійсності ми розглядаємо найчастіше рух грунтових вод в одній тільки площі (пласкиий рух), або тільки по одній простій. Для таких рухів умова тяглости може бути виведена інакше.

Уявім собі грунтовий потік, який протікає (рис. 12) над непросочливою верствою BB серед одноманітного просочливого грунту, що доходить аж до поверхні землі. Пієзометри, вставлені в такий потік, мали б тут скрізь воду на рівні AA, незалежно від заглиблення низових кінців рурок.

Витнім у потоці елементарну призму заввишки в z з основою $dx\,dy$.

Приймім, що дно BB, по якому йде вісь OX, поземе (близьке до поземого) і що руху частин в напрямку доземому немає. Тоді за елемент часу dt через стінку zdy протече об'єм $W_x\,zdy\,dt$, а через протилежну стінку, що має висоту $z+\frac{\partial z}{\partial x}dx$, протече $\left(W_x+\frac{\partial W_x}{\partial x}dx\right)\left(z+\frac{\partial z}{\partial x}dx\right)dy\,dt$.

Ріжниця об'ємів буде $-\left(W_x\frac{\partial z}{\partial x}+z\frac{\partial W_x}{\partial x}\right)dx\,dy\,dt$, або $-\frac{\partial (zW_x)}{\partial x}dx\,dy\,dt$.

Коли ті самі міркування прикласти до протікання через стінку zdx і $\left(z+z\frac{\partial z}{\partial y}dy\right)dx$, то одержимо ріжницю об'ємів $-\frac{\partial (zW_y)}{\partial y}dx\,dy\,dt$.

Ріжниця об'ємів в напрямку z-ів рівна 0.

Сума ріжниць об'ємів буде:

$$-\frac{\partial (zW_x)}{\partial x}dx\,dy\,dt-\frac{\partial (zW_y)}{\partial y}dx\,dy\,dt=0.$$

Ця сума повинна рівнятися приростові об'єму призми за час dt, в залежності від зміни висоти її z з бігом часу. Попередній об'єм призми є $z\,dx\,dy$; об'єм через dt часу буде:

$$\left(z+\frac{\partial z}{\partial t}dt\right)dx\,dy.$$

Ріжниця об'ємів $\frac{\partial z}{\partial t}dx\,dy\,dt$;

тому $-\frac{\partial (zW_x)}{\partial x}dx\,dy\,dt-\frac{\partial (zW_y)}{\partial y}dx\,dy\,dt=\frac{\partial z}{\partial t}dx\,dy\,dt$,

відкіля:

$$\frac{\partial (zW_x)}{\partial x}+\frac{\partial (zW_y)}{\partial y}+\frac{\partial z}{\partial t}=0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (94)$$

Коли рух усталений, тоді $\frac{\partial z}{\partial t}=0$ і умова тяглости буде:

$$\frac{\partial (zW_x)}{\partial x}+\frac{\partial (zW_y)}{\partial y}=0 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (95)$$

Коли вершки течі в пієзометрах приходяться на поверхні грунтових вод, тоді

$$W_x=\varepsilon\frac{\partial z}{\partial x}; \qquad W_y=\varepsilon\frac{\partial z}{\partial y}.$$

При цьому умова тяглости руху (95) перейде в таку:

$$\frac{\partial\left(z\,.\,\varepsilon\frac{\partial z}{\partial x}\right)}{\partial x}+\frac{\partial\left(z\,.\,\varepsilon\frac{\partial z}{\partial y}\right)}{\partial y}=0.$$

При коефіцієнті ε сталому буде:

$$\frac{\partial^2\left(\frac{z^2}{2}\right)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\left(\frac{z^2}{2}\right)}{\partial y^2}=0,$$

або

$$\boxed{\frac{\partial^2 (z^2)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 (z^2)}{\partial y^2}=0} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (96)$$

Кожна функція від x і y, яка задовольняє умову (96), означає певний рух грунтових вод в площі xy.

Ще простіше рівняння одержимо тоді, коли рух частинок води відбувається тільки в одному напрямку, напр., в напрямку OX; тоді змінна z від y не залежить і рівняння (96) переходить у таке:

$$\frac{\partial^2 (z^2)}{\partial x^2}=0,$$

відкіля:

$$\frac{\partial (z^2)}{\partial x}=A,$$

а

$$z^2=Ax+B,$$

що є рівнянням параболи.

Такий характер протікання існує при фільтруванні води, напр., через земляну греблю, коли вода стоїть з одного боку останньої вище, ніж з другого (рис. 13).

Припускаємо, що струмінчики направляються тут нормально до ординат z, себто рівнобіжно до напрямку OX, і що в кожному поперечному розсіку греблі умови протікання однакові, себто незалежні від y.

Для цього випадку умова тяглости руху буде:

$$\frac{\partial^2 (z^2)}{\partial x^2} = 0,$$

відкіля $$z^2 = Ax + B.$$

Щоб найти A і B, застосуємо останнє рівняння до точок M і N з координатами x_1, h_1 і x_2, h_2.

$$h_1^2 = Ax_1 + B,$$
$$h_2^2 = Ax_2 + B.$$

Відсіля $$h_1^2 - h_2^2 = A(x_1 - x_2),$$

$$A = \frac{h_1^2 - h_2^2}{x_1 - x_2},$$

$$B = \frac{h_2^2 x_1 - h_1^2 x_2}{x_1 - x_2}.$$

Отже, $$z^2 = \frac{h_1^2 - h_2^2}{x_1 - x_2} x + \frac{h_2^2 x_1 - h_1^2 x_2}{x_1 - x_2}, \qquad (97)$$

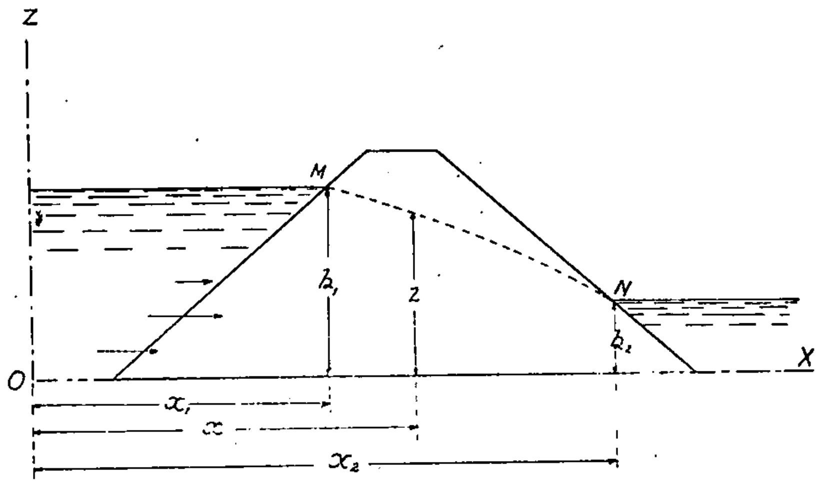

Рис. 13.

а це буде парабола, симетрична супроти оси OX; вона проходить через точки M і N.

Об'єм води Q, що за секунду профільтрується через греблю на довжині l метрів, буде:

$$Q = lzW_x = -lz\varepsilon \frac{\partial z}{\partial x} = -\cdot l \frac{\varepsilon}{2} \frac{\partial (z^2)}{\partial x};$$

$\frac{\partial (z^2)}{\partial x}$ у нас з рівняння (97) буде: $\frac{h_1^2 - h_2^2}{x_1 - x_2}$.

Отже, $$Q = +\frac{l\varepsilon}{2} \frac{h_1^2 - h_2^2}{x_2 - x_1} \text{ м}^3\text{./сек.} \qquad \ldots\ldots\ldots (98)$$

Розглядаючи останнє рівняння, бачимо, що відток Q не залежить од нахилу відкосів греблі. Такий висновок не може бути цілком правдивим. Відхилення від реальности сталося тут завдяки тому, що ми прийняли складову скорости в напрямку доземому рівною нулеві.

При розгляді в курсах загальної гідравліки плаского потенціяльного руху*) виводиться, що при ньому лінії току, або струмінні лінії взаємно ортогональні з лініями одного потенціялу. З огляду на те, що рух грунтових вод відбувається подібно до потенціяльного руху ідеальної течі, теорію будування означених категорій кривих можна застосувати й тут. Але з огляду на дуже складні розрахунки, звязані з цим способом, які до того ж мають скоріш теоретичний, ніж практичний характер, ми в дальшому зупинимося на ньому тільки в одному простішому випадкові, відсилаючи бажаючих ознайомитися з подібними розрахунками до праці, напр., професора Е. Жуковського: «Просачивание воды через плотины», 1923 г.

Перейдемо тепер до розгляду тих випадків, що найчастіше на практиці зустрічаються.

а) Притікання води до відкритої канави. Уявім собі, що на певній місцевості грунтові гравітаційні води лежать близько до поверхні води, через що утворюються умови, несприятливі для рослинности. Практика показує, що коли на даній місцевості провести відкриті канави, або прокласти дренажні труби, то грунтові води стануть з обидвох боків направлятися до канави або до труби, в наслідок чого рівень грунтових вод стане знижуватися. На певному віддаленні від канави чи труби зниження перестане бути помітним (теоре-

*) Hans Lorenz. Technische Hydromechanik, p. 1910, стор. 275—296. Шовгенів. Гідравлика. Ч. II (літогр.), стор. 36—43.

тично воно зникає тільки в безмежності) і тут, очевидно, закінчується дренуюче діяння проведених колекторів.

Отже, коли б найти теоретично положення зниженої поверхні грунтових вод (поверхню осушення), то тим самим було б освітлено питання про необхідні віддалення між канавами чи дренами.

Уявім собі доземий розсік певної місцевости, проведений нормально до оси простолінійної канави (рис. 14).

Дно цієї канави доведено аж до непросочливої поземої верстви XX. Глибину грунтової води до прокладення канави означимо через H.

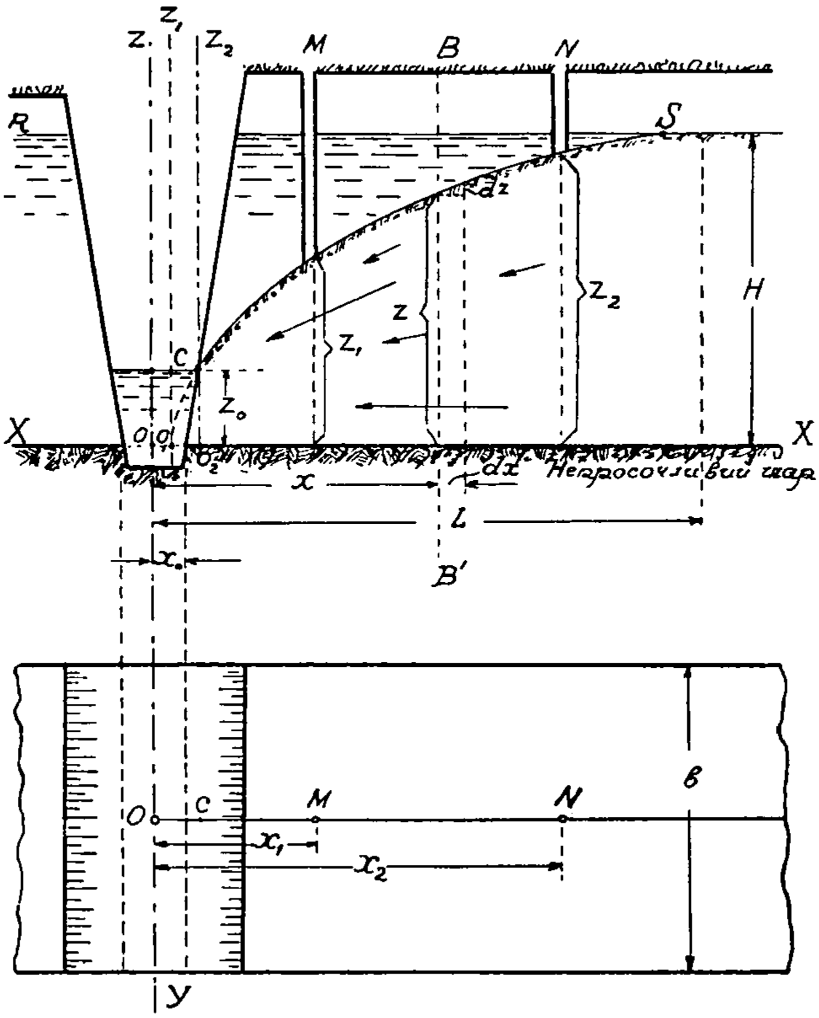

Рис. 14.

Після проведення канави з певчим нахилом цна грунтова вода почне збігати по її відкосах до дна, а потім спливати вниз по канаві.

Через де-який час кількість води, що збігає в канаву, зрівняється з відтоком по канаві; після цього процес фільтрування прийме усталену форму, а поверхня води замісць поземої, яка на рис. 14. означена лінією RS, стане поверхнею криволінійною.

Розсік останньої поверхні площею, нормальною до оси канави, дасть якусь криву лінію — криву депресії або криву осушення.

Вигляд цієї кривої можна б найти, користуючись загальним рівнянням Лапласа, як було вже показано раніш, але до тих самих висновків можна дійти ще таким більш елементарним способом.

Приймім, що усталений відток Q, що попадає в канаву з одного її боку на довжині b метрів, проходить потім по канаві при висоті води z_0 над лінією XX непроникливого шару.

Поверхня кривої осушення почнеться, очевидно, в точці C, піде далі по якійсь кривій, а на певному віддаленні від оси канави підійде до тієї лінії RS, па якій стояла вода до проведення канави.

Через кожний доземий розсік грунту, взятий рівнобіжно до оси канави, при довжині цього розсіку b метр., буде проходити відток $Q\,\frac{\text{метр.}^3}{\text{сек.}}$, а при довжині розсіку, а також і канави, рівній 1 метрові, відток буде;

$$q=\frac{Q}{b}\,\frac{\text{метр.}^3}{\text{сек.}}$$

Користуючись законом Darcy, можна тепер написати:

$$Q=\varepsilon FI.$$

Віднесім наш розсік поперечний до координатних простокутних осей: OX, що проходить по поверхні непроникливого шару, і OZ, що проведена через середину дна канави.

Візьмім тепер доземий розсік BB' на віддаленні x від точки O. Нехай висота грунтової води при усталенім фільтруванні буде тут z (над віссю OX); тоді площа фільтрування в розсіку BB', яку назвім F_x, буде bz метр.^{2}.

Гідравлічний спад I в розсіку BB' буде рівний тангенсові кута між дотичною до кривої депресії та лінією поземою; тому можна написати:

$$I=\frac{dz}{dx}.$$

Таким чином: $$Q=\varepsilon bz\frac{dz}{dx}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(99)$$

або $$q=\frac{Q}{b}=\varepsilon z\frac{dz}{dx}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(100)$$

відкіля $$qdx=\varepsilon zdz.$$

Проінтегрувавши це рівняння, одержимо

$$qx=\frac{\varepsilon z^2}{2}+\text{const}.$$

Для визначення величини «const.» прикладемо це рівняння до кривої в точці C, що має координати: x_0 і z_0.

$$qx_0=\frac{\varepsilon z_0^2}{2}+\text{const.};$$

відсіля $$\text{const.}=qx_0-\frac{\varepsilon z_0^2}{2};$$

тепер $$qx=\frac{\varepsilon z^2}{2}+qx_0-\frac{\varepsilon z_0^2}{2},$$

або $$z^2=\frac{2q}{\varepsilon}x+z_0^2-\frac{2q}{\varepsilon}x_0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(101)$$

Останнє рівняння є рівняння параболи, віднесеної до координатних осей OX і OZ; вершок цієї параболи буде не в точці O, а там, де $z=0$, себто на осі OX у віддаленні від точки O на $x_b=$ $=x_0-\frac{\varepsilon z_0^2}{2q}$.

Коли б цю параболу віднести до осей O_1X і O_1Z_1, де OZ_1 проходить через вершок параболи, то ординати z залишились би без зміни, а абсциси x' були б рівні $x-\left(x_0-\frac{\varepsilon z_0^2}{2q}\right)$, відкіля $x=x'+x_0-\frac{\varepsilon z_0^2}{2q}$.

Щоб перевести рівняння (101) до нових координат, вставимо в нього замісць x його значіння і одержимо:

$$z^2=\frac{2q}{\varepsilon}\left(x'+x_0-\frac{\varepsilon z_0^2}{2q}\right)+z_0^2-\frac{2q}{\varepsilon}x_0,$$

відкіля

$$z^2=\frac{2q}{\varepsilon}x' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (102)$$

Іноді буває вигідним вибрати вісь ординат так, щоб вона пройшла через точку C, на віддаленні x_0 від точки O, тоді рівняння (101) перейде в таке:

$$z^2=\frac{2q}{\varepsilon}x''+z_0^2, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (103)$$

де вже абсциси x'' рахуються від точки O_2 оси O_2Z_2.

Коли для двох точок M і N, що лежать на нормалі до площі ZOY (рис. 14) та віддалені від неї на x_1 і x_2, найти шурфами або свердлуванням відмітки поверхні грунтової води при усталенім фільтруванні, то тим самим будуть найдені висоти z_1 і z_2 відповідних точок кривої депресії над координатною площею XOY, відмітка якої мусить бути відома.

Після цього можемо написати:

$$z_2^2=\frac{2q}{\varepsilon}x_2+z_0^2-\frac{2q}{\varepsilon}x_0;$$

$$z_1^2=\frac{2q}{\varepsilon}x_1+z_0^2-\frac{2q}{\varepsilon}x_0.$$

Віднявши друге рівняння з першого, одержимо:

$$z_2^2-z_1^2=\frac{2q}{\varepsilon}(x_2-x_1), \ldots\ldots\ldots\ldots (104)$$

або

$$z_2^2-z_1^2=\frac{2Q}{b\varepsilon}(x_2-x_1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (105)$$

Користуючись цими двома рівняннями, можна находити ріжні величини, коли решта відомі, напр.:

$$Q=b\varepsilon\frac{z_2^2-z_1^2}{2(x_2-x_1)} \text{ метр.}^3\text{/сек.} \quad \ldots\ldots\ldots (106)$$

$$\varepsilon=\frac{2Q}{b}\frac{x_2-x_1}{z_2^2-z_1^2} \text{ метр.}^3\text{/сек.} \quad \ldots\ldots\ldots (107)$$

Там, де крива депресії підходить до попередньої поверхні грунтової води, ордината кривої депресії $z=H$. Коли віддалення від площі ZOY до кінця кривої назвати через L, тоді можна написати:

$$Q=b\varepsilon\frac{H^2-z_0{}^2}{2(L-x_0)} \text{ м.}^3/\text{сек.} \quad \dots\dots\dots\dots (108)$$

При такій системі координат, коли при $x=0$ $z=z_0$, замісць рівняння (108) будемо мати:

$$Q=b\varepsilon\frac{H^2-z_0^2}{2L} \text{ м.}^3/\text{сек.}, \dots\dots\dots (109)$$

відсіля

$$L=b\varepsilon\frac{H^2-z_0^2}{2Q} \text{ м.}, \dots\dots\dots\dots (110)$$

$$\varepsilon=\frac{2Q}{b}\;\frac{L}{H^2-z_0^2} \text{ м.}^3/\text{сек.} \dots\dots\dots (111)$$

Приклад. В канал завдовжки в 100 метрів просякає з обох боків однаково грунтова вода. За одну секунду пропливає по канаві при усталенім русі $Q=24$ літри. Свердлуванням найдено, що крива депресії реально закінчується на віддаленні 50 метрів від краю води в канаві; тут глибина грунтової води H над непроникливим шаром$=2$ метри; глибина води в канаві над тим самим шаром $z_0=0{,}2$ м. Найти питомий відток ε просочливого грунту.

Згідно з формулою (111) $\varepsilon=\frac{2Q}{b}\;\frac{L}{H^2-z_0{}^2}$ м.^{3}/сек.,

тому у нас

$$\varepsilon=\frac{2\times\frac{0{,}024}{2}}{100}\cdot\frac{50}{2^2-0{,}2^2} \text{ м.}^3/\text{сек.},$$

або

$$\varepsilon=\frac{2\times0{,}012\times50}{100\,(4-0{,}04)}\cdot60 \text{ м.}^3/\text{мин.},$$

відкіля

$$\varepsilon=0{,}182 \text{ м.}^3/\text{мин.}$$

б) Притікання води до дренажних труб.

Коли дренажні труби прокладено нижче поверхні гравітаційних грунтових вод, тоді вплив труб на ці води є приблизно такий, як і у відкритих каналів: вода направляється в труби і по них відтікає; через де який час, при сталому притоку води, рух її в грунті та в трубах установлюється і поверхня осушення йде по якійсь кривій депресії.

Для находження вигляду цієї кривої існує де-кілька способів. Приведемо тут способи: І. Spöttle, Rothe і Tison'a.

Spöttle зробив припущення, що кожна частинка води при зниженні поверхні грунтових вод намагається попасти в трубу по найкоротшому простолінійному напрямку, так що частинка A (рис. 15) спадає доземо і проходить свій шлях Aa зі скорістю v_0; частинка B іде по напрямку BO і за той самий час проходить шлях Bb з іншого скорістю v. Причиною руху частинок води є сила земного притягу, а тому скорість v залежить од кута

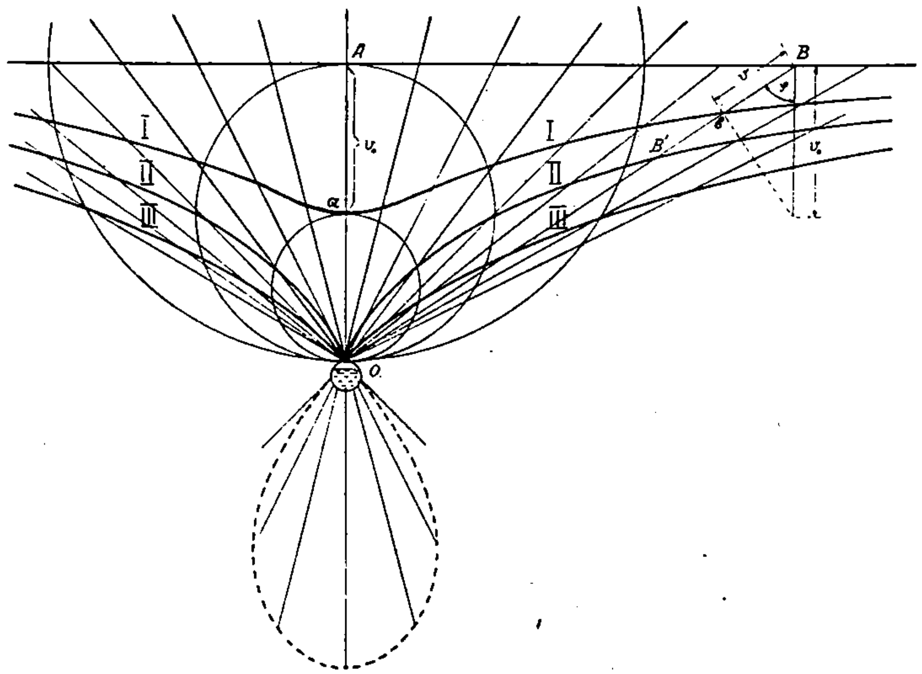

Рис. 15.

нахилу лінії BO до лінії доземої; коли назвати цей кут через φ, тоді

$$v = v_0 \cos\varphi.$$

Нехай той час, за який частинка A проходить шлях AO, буде t, тоді $AO = a_1 = v_0 t$.

За цей же час t частинка B пройде шлях $BB' = b_1 = vt = v_0 t \cos\varphi$.

Віддалення точки B' від точки O буде:

$$OB' = \varrho = OB - BB' = \frac{a_1}{\cos\varphi} - v_0 t \cos\varphi \quad \dots\dots\dots (112)$$

Останне рівняння й буде полярним рівнянням для кривої депресії.

Ця крива, як видно. залежить од часу фільтрування: коли $v_0 t = \frac{a_1}{2}$, тоді:

$$\varrho = \frac{a_1}{\cos\varphi} - \frac{a_1}{2}\cos\varphi = \frac{a_1}{2}\ \frac{1+\sin^2\varphi}{\cos\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots (113)$$

Це є рівняння цисоїдалі (рис. 15, крива I).

Коли $v_0 t = a_1$, тоді:

$$\varrho = \frac{a_1}{\cos\varphi} - a_1\cos\varphi = a_1\,\frac{\sin^2\varphi}{\cos\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots (114)$$

Це буде рівняння цисоїди (рис. 15, крива II); коли $v_0 t = 2a_1$, тоді

$$\varrho = a_1\,\frac{\sin^2\varphi - \cos^2\varphi}{\cos\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots (115)$$

Це буде рівняння прямої строфоїди. (Рис. 15, крива III).

Всі ці криві наближаються до попередньої поверхні вод тільки асимптотично і з цього боку вони є задовольняючими, але цей спосіб не дає звязку між притоком води до дренажних труб і формою поверхні осушення; крім того, находження скорости всякання v_0 звязане з великими труднощами. Тому спосіб Spöttle може тільки дати приблизне уявлення про характер поверхней осушення грунтової води без дальшого поповнення запасів її.

Проф. Rothe*) шукає поверхню депресії здовж дренажних трубок таким способом:

Увявім, що дренажна труба D (рис. 16) прокладена на глибині H від поверхні SS грунтової води.

Проведемо вісь OX поземо через осередок труби, а вісь OZ доземо на віддаленні OD, рівному половині віддалення L між дренами, так що $OD = L/2$.

Тепер для одиниці довжини труби можемо, виходячи із закону Darcy, написати:

$$q = -\varepsilon z\,\frac{dz}{dx}.$$

*) «Inżynierja rolna». 1927, № 2. Prof. Rozanski. Obecny Stan teorji drenowania gruntów mineralnych.

Видаток q мусить рівнятися тому притокові води, який в час дощів буде фільтруватися в грунт з усієї ширини $L/2$.

Коли назвати через m об'єм води, що інфільтрується з одиниці поверхні за одиницю часу, тоді мусить бути: $q = mx$.

Отже, $$-\varepsilon z \frac{dz}{dx} = mx,$$

або $$\varepsilon z \frac{dz}{dx} + mx = 0.$$

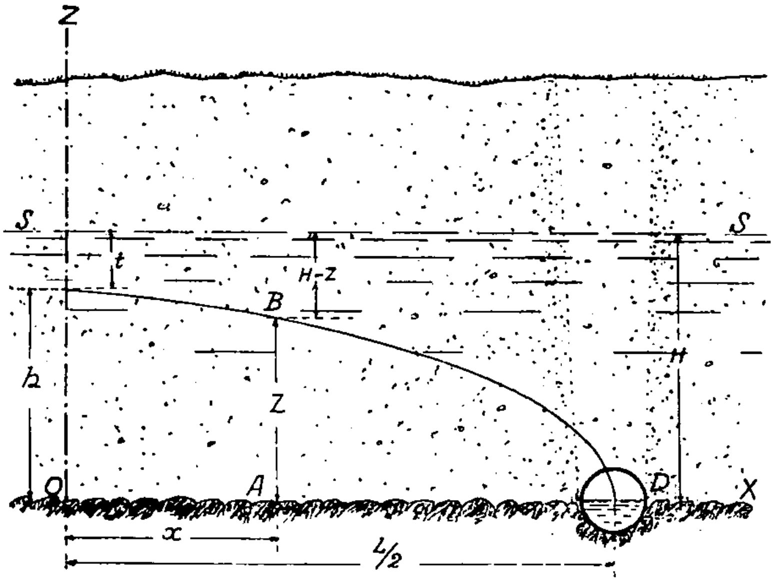

Рис. 16.

Проінтегрувавши це рівняння, одержимо:

$$\frac{z^2}{2} + \frac{m}{\varepsilon}\frac{x^2}{2} = \text{const}.$$

Для находження «const»., пристосуємо останнє рівняння до осередку труби, де $x = \frac{L}{2}$, а $z = 0$.

Тоді $$\text{const.} = \frac{m}{\varepsilon} \cdot \frac{L^2}{8}.$$

Вставивши це значіння «const.» в попереднє рівняння, одержимо:

$$\frac{x^2}{(L/2)^2} + \frac{z^2}{\left(\sqrt{m/\varepsilon}\,\frac{L}{2}\right)^2} = 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (116)$$

Це є рівняння еліпси, віднесеної до осей OX і OZ, у якої великою віссю є віддалення між дренами L, а малою — подвійна висота h по-середині між дренами.

Таким чином $$h=\frac{L}{2}\sqrt{m/\varepsilon},$$

а відсіля віддалення між дренами буде:

$$L=\frac{2h}{\sqrt{m/\varepsilon}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (117)$$

Коли ми хочемо понизити сталий рівень води SS на величину t, в залежності від роду культур, тоді $h=H-t$; знаючи глибину H закладення труб і необхідне зниження t, находимо h_1, а потім і L.

Найтяжчим і тут є правильне визначення величин m і ε.

Для попередніх обчислень інж. L. Tison*) дає для m такі числа:

При опадах	<600 мм.,	600—900 мм.,	>900 мм. за рік
для грунтів важк.	$m=0,3$	0.4	0,5 літр./гек./сек.
для грунтів серед.	$m=0,4$	0,5	0,6 ,,
для грунтів легких	$m=0,5$	0,6	0,7 ,,

Приклад. Найти таке віддалення між дренами, закладеними на глибину 1,3 м. від поверхні, щоб рівень грунтових вод, який стояв до дренування на 0,5 метра від поверхні, понизився по-середині між дренами на 0,3 м. Грунти середні; ефективний поперечник зерна $d_{еф}=0,01$ мм.; опадів за рік — 700 мм.

Для того, щоб скористуватися формулою (117), треба спершу найти h та всі величини визначити в метрах.

Висота $h=1,3-(0,5+0,3)=0,5$ м.

Величина інфільтрації $m=$(по Tison'у) 0,5 l./ha./sec.; переведемо це в куб. метри за минуту з 1 кв. м.:

$$m=\frac{0,5\times 60}{1000\times 10000}=0,000003 \text{ м.}^3/\text{м.}^2/\text{мин.}$$

Коефіцієнт ε з таблиць Slichter'а при нормальній температурі та шпарності $\lambda_0=40\%$ буде — 0,000646 м.^{3}/м.^{2}/мин.

*) «Annales des travaux publics de Belgique.» 1925. Avril, p. 214.

Тепер $L = \frac{2h}{\sqrt{m/\varepsilon}} = \frac{2 \times 0,5}{\sqrt{3/646}}\ 1 \cong 5$ метрів.

При глибині закладання дрен в 1,0 метр віддалення між дренами було б $L_1 = \frac{0,2}{0,5} \cdot 15 = 6$ метр.

Користуючись методою інж. Tison'a, обставини фільтрування в дренажні труби можна виявити таким способом. Уявім собі знову дренажну трубу з радіюсом r_0, покладену на непросочливий грунт OX, на глибині H від поверхні грунтових вод (рис. 17). При цій умові дренажне діяння буде виконувати тільки верхня половина труби.

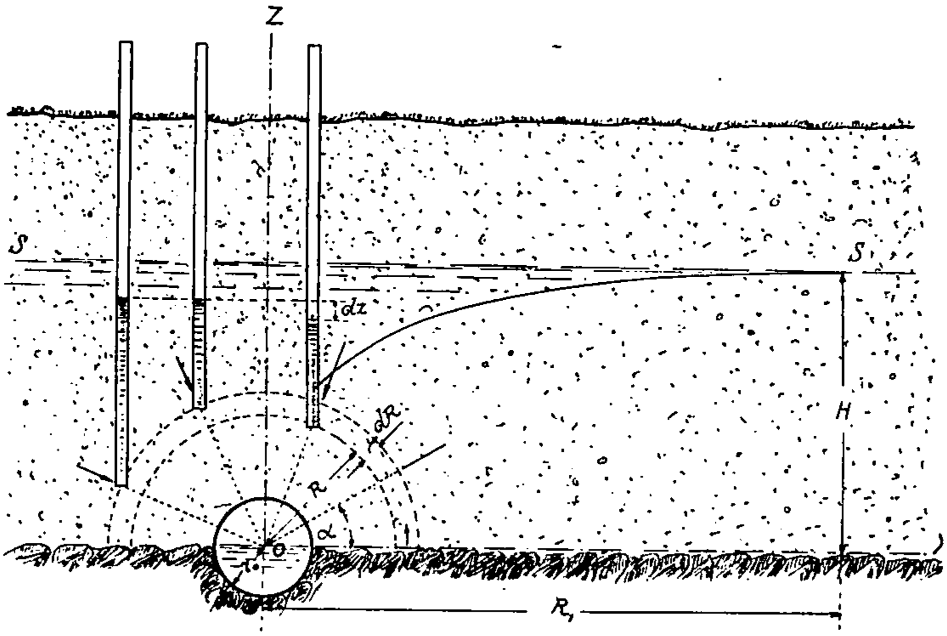

Рис. 17.

Припускаємо, що вода направляється до труби по радіюсах в напрямку до точки O; тоді еквіпотенціяльні поверхні (поверхні з рівним гідравлічним натиском) будуть циліндри, а розсіки їх в полі рисунку — кола. Пієзометри, що торкались би нижніми кінцями до еквіпотенціяльних поверхней, мали б поверхню води в них на одній поземій площі ($dz=0$). При переході від поверхні з радіюсом R до поверхні з радіюсом $R+dR$ гідравлічний спад зміниться на dz. Відношення $\frac{dz}{dR}$ буде для поверхні одного вальця величиною сталою.

Через частину вальцевої поверхні, що відповідає осередньому кутові $d\alpha$, протече до труби, згідно із законом Darcy, $dq = \varepsilon R d\alpha \frac{dz}{dR}$, а через половину вальця довжиною в 1 метр:

$$q = 2\int_0^{\pi/2} \varepsilon R d\alpha \frac{dz}{dR}, \quad \text{або} \quad q = 2\varepsilon R \frac{dz}{dR}\int_0^{\pi/2} d\alpha = \varepsilon \pi R \frac{dz}{dR},$$

$$q\frac{dR}{R} = \varepsilon\pi dz.$$

Після інтегрування одержимо:

$$q \log\operatorname{nat} R = \varepsilon\pi z + \text{const}.$$

Для визначення «const» треба знати, на якому віддаленні R_1 закінчиться вплив труби і z буде $=H$; для такого радіюса R_1 будемо мати:

$$q \log\operatorname{nat} R_1 = \varepsilon\pi H + \text{const};$$

відсіля

$$\text{const} = q\log\operatorname{nat} R_1 - \varepsilon\pi H.$$

Тепер

$$q\log\operatorname{nat} R = \varepsilon\pi z + q\log\operatorname{nat} R_1 - \varepsilon\pi H;$$

відсіля

$$q\log\operatorname{nat}\frac{R_1}{R} = \varepsilon\pi(H - z), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (118)$$

$$q = \frac{\varepsilon\pi(H - z)}{\log\operatorname{nat} {}^{R_1}/_{R}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (119)$$

Коли кількість води, яку треба відвести за одиницю часу з одного кв. метра поверхні, є m, то з поверхні $2R_1 \times 1$ кв. м. необхідно відвести $2m.R_1$ м.^{3} води., а ця величина повинна рівнятися q;

отже, маємо:

$$\frac{\varepsilon\pi(H - z)}{\log\operatorname{nat} {}^{R_1}/_{R}} = 2mR_1.,$$

або

$$\varepsilon\pi(H - z) = 2mR_1\log\operatorname{nat}\frac{R_1}{R}, \ldots\ldots\ldots\ldots (120)$$

інакше

$$z = H - \frac{2mR_1}{\varepsilon\pi}\log\operatorname{nat} R_1 + \frac{2mR_1}{\varepsilon\pi}\log\operatorname{nat} x \quad \ldots\ldots (121)$$

Значіння m для цієї формули такі самі, як були приведені вище.

Звязок між абсцисами x і ординатами z є тут логаритмічний.

Треба тут підкреслити, що криві депресії параболічного, еліптичного чи іншого характеру утворюються біля дренажних ліній тільки тоді, коли вони прокладені нижче поверхні грунтових вод. Коли ж дренажні труби прокладені, хоч і у вохкому грунті, але вище рівня гравітаційних грунтових вод, то в цьому випадку рух капілярних і плівочних вод, викликаний трубами, відбувається зовсім по інших законах, а тому ступінь осушення землі може бути тут більшим не біля самих труб, а по-середині між дренами. В таких випадках ні закон Darcy, ні метода Spöttle, ні другі описані тут методи прикладатися не можуть.

в) Притікання грунтової води до звичайного колодязя, дно якого врізано в непроникливий грунт.

Уявім собі, що над непроникливим, майже поземим шаром лежить водопроникливий грунт, в якому грунтова вода глибиною H має тихий рух.

Коли тепер викопати круглий з радіюсом r колодязь, так щоб дно його було врізано в непроникливий грунт, то через шпаристі стінки колодязя грунтова вода буде фільтруватися в колодязь.

Уявім собі далі, що воду колодязя вибирають так, що рівень в ньому тримається на сталій висоті; при цьому приток води до колодязя Q м.^{3}/сек. буде рівний відборові води з нього*).

Поверхня грунтових вод навколо колодязя, що була раніш майже поземою площею, прийме тепер вигляд якоїсь кривої поверхні обертання навколо оси колодязя. Характер цієї кривої можна з'ясувати, виходячи знову із закону Darcy.

Припустім, що колодязь A (рис. 18) є врізаний дном у непроникливий шар XX.

Після того, як вода в колодязі установиться на рівні CC, поверхня грунтової води в доземому радіяльному розсіку спаде від лінії SS до кривої SMC. На віддаленні x від оси каналу, в точці M, глибина грунтової води буде тоді z. Напишім знову основну рівність: $Q = \varepsilon FI$; пристосуємо її для вальцевої поверхні з радіюсом x і висотою z, через яку фільтрується вода в напрямку до оси колодязя; площа цієї поверхні $F = 2\pi xz$.

*) Незалежно від того, чи вода притікає з поверхні землі, чи з боку.

Гідравлічний спад I над верхнім краєм цього вальця є $\frac{dz}{dx}$; тому

$$Q = \varepsilon \cdot 2\pi x z \frac{dz}{dx},$$

відсіля
$$\frac{dx}{x} = \frac{\varepsilon}{Q} 2\pi z dz.$$

Проінтегрувавши це рівняння, найдемо:

$$\log \operatorname{nat} x = \frac{\pi \varepsilon}{Q} z^2 + \text{const}.$$

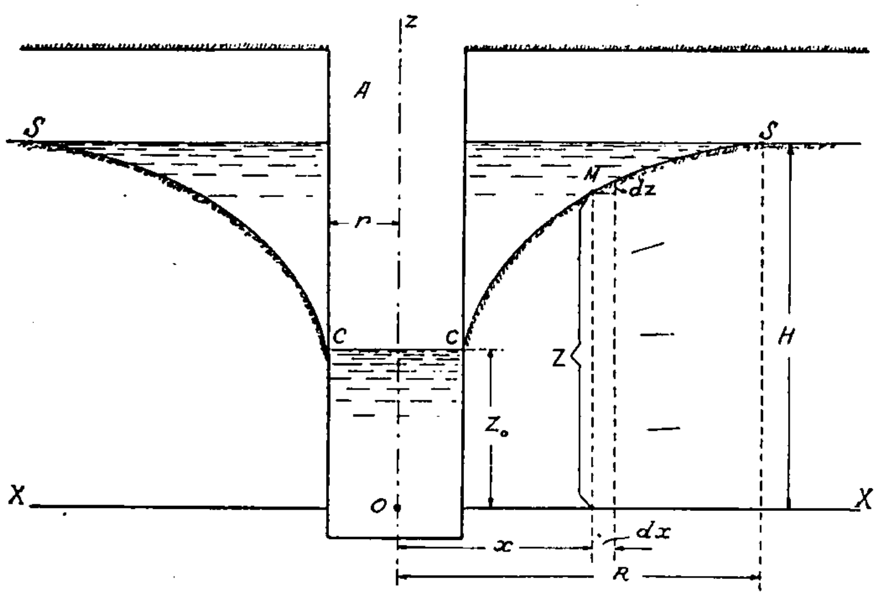

Рис. 18.

Для нахождення величини «const» треба знати величину z_0 на віддаленні r, або глибину води в колодязі над непроникливим шаром; коли r і z_0 відомі, тоді

$$\log \operatorname{nat} r = \frac{\pi \varepsilon}{Q} z_0^2 + \text{const},$$

відкіля
$$\text{const} = \log \operatorname{nat} r - \frac{\pi \varepsilon}{Q} z_0^2.$$

Тепер
$$\log \operatorname{nat} x = \frac{\pi \varepsilon}{Q} z^2 + \log \operatorname{nat} r - \frac{\pi \varepsilon}{Q} z_0^2,$$

або $$\log \text{nat} \frac{x}{r} = \frac{\pi \varepsilon}{Q} (z^2 - z_0^2) \qquad \text{.............(122)}$$

$$x = r e^{\frac{\pi \varepsilon}{Q}(z^2 - z_0^2)} \qquad \text{.................(123)}$$

Таким чином, лінія депресії в радіяльній площі є тут логаритмічною кривою, а поверхня осушення (депресії) — поверхнею обертання навколо оси OZ.

Шурфуванням або свердлуванням можна найти, на якому віддаленні R від оси OZ закінчується спад грунтової води, де ордината $z = H$; тоді можна написати

$$\log \text{nat} \frac{R}{r} = \frac{\pi \varepsilon}{Q} (H^2 - z_0^2), \qquad \text{............(124)}$$

відкіля $$Q = \frac{\pi \varepsilon (H^2 - z_0^2)}{\log \text{nat}\, R/r}, \qquad \text{...............(125)}$$

$$\varepsilon = \frac{Q \log \text{nat} \frac{R}{r}}{\pi (H^2 - z^2)} \qquad \text{...............(126)}$$

Коли при інших рівних умовах радіюси колодязів r_1 та r_2 будуть ріжні, то приток води до них найдемо з рівнянь:

$$Q_1 = \frac{\pi \varepsilon (H^2 - z_0^2)}{\log \text{nat} \frac{R}{r_1}}; \qquad Q_2 = \frac{\pi \varepsilon (H^2 - z_0^2)}{\log \text{nat} \frac{R}{r_2}}.$$

Відношення цих притоків буде:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\log \text{nat} \frac{R}{r_2}}{\log \text{nat} \frac{R}{r_1}} \qquad \text{.................(127)}$$

З огляду на те, що радіюси r_1 і r_2 в порівнянні з радіюсом депресії R бувають звичайно малими, відношення притоків $\frac{Q_1}{Q_2}$ при зміні радіюса колодязя міняється порівнююче мало.

Коли візьмемо ріжні значіння $\frac{R}{r}$, напр.,

$$\frac{R}{r_1}=10;\ \frac{R}{r_2}=100;\ \frac{R}{r_3}=1000;\ \frac{R}{r_4}=10000,$$

то будемо мати: $\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{\log \text{nat}\ 100}{\log \text{nat}\ 10}=1{,}22;$

$$\frac{Q_1}{Q_3}=\frac{\log \text{nat}\ 1000}{\log \text{nat}\ 10}=1{,}70;\quad \frac{Q_1}{Q_4}=\frac{\log \text{nat}\ 10000}{\log \text{nat}\ 10}=2{,}45.$$

Відсіля видно, що при збільшенні радіюса колодязя в 10 разів приток до нього Q збільшиться в 1,22 рази, а при великій ріжниці між R і r, в $\frac{2{,}45}{1{,}70}=1{,}44$ рази.

Треба, одначе, відмітити, що такий висновок відноситься тільки до колодязів, дно яких врізане в непроникливий грунт, так що вода попадає в них тільки через доземі стінки.

Коли ж дно колодязя не доходить до непроникливого грунту, тоді вода вступає в нього не тільки з боків, а також із дна, тому тут збільшення радіюса колодязя буде мати на приток води більше значіння, ніж у випадку першому.

Розглядаючи формулу (119) $Q=\frac{\pi\varepsilon\,(H^2-z_0^2)}{\log \text{nat}\,\frac{R}{r}}$, легко бачити, що при сталих H, R і r, але змінній висоті води в колодязі z_0, продуктивність колодязя Q залежить од z_0^2, себто тут буде залежність параболічна. Справедливість такого теоретичного висновку була доведена і на практиці A. Thiem'ом і E. Prinz'ом.*)

Формулу (119) можна ще переписати в такому вигляді:

$$Q=\frac{\pi\varepsilon\,(H-z_0)\,(H+z_0)}{\log \text{nat}\,\frac{R}{r}}$$

Означмо глибину зниження води від попереднього стану $H-z_0$ через S; тоді

$$Q=\frac{\pi\varepsilon S\,(2H-S)}{\log \text{nat}\,\frac{R}{r}}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (128)$$

*) E. Prinz: Handbuch der Hydrologie 1919, стр. 179—180.

При тих самих H, R і r, але при ріжних зниженнях S_1 і S_2 будемо мати:

$$\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{S_1(2H-S_1)}{S_2(2H-S_2)} \quad \text{. . . . .} \quad (129)$$

На підставі рівняння (128) можемо найти зниження S

$$S=H-\sqrt{H^2-\frac{Q}{\pi\varepsilon}\log\text{nat}\frac{R}{r}} \quad \text{. . . . .} \quad (130)$$

При зміні висоти водоносного шару H буде мінятися і S, при чому, чим менше буде H, тим більше мусить бути зниження S для досягнення такого самого Q.

Вплив висоти верстви H на продуктивність колодязя є більший, ніж збільшення радіюса його.

г) Притікання води до артезійського колодязя.

Коли шпаристий грунт лежить між двома водонепроникливими шарами, тоді вода в грунті шпаристому має скрізь тиснення, більше від атмосферного.

Як що через верхній водонепроникливий шар зробити свердловину до шпаристого грунту, виповненого водою (рис. 19) і вставити в цю свердловину трубу B, то вода в ній підніметься на висоту, що відповідає силі тиснення в точці N. Із труби A, доведеної тільки до дневної поверхні, вода може бити водограєм.

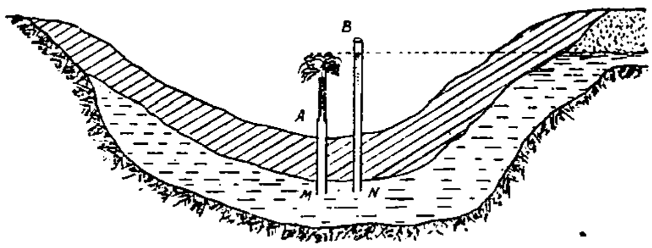

Рис. 19.

Коли із такого трубчастого колодязя NB, який називають артезійським, робити довший час помпування води, то можна найти таку величину цього помпування, при якому глибина води в свердловині нарешті усталиться; тоді, очевидно, приток води до колодязя та відбирання води з нього будуть рівні.

При такому стані рівноваги тиснення біля самої труби буде найменше, а в площах радіяльних воно все збільшується, аж поки на якомусь віддаленні R від оси труби не стане рівним тому тисненню, яке було і до проведення свердловини.

Закон зміни гідравлічного тиснення можна найти так:

Припустім, що водоносний шар лежить між двома поземими непроникливими верствами (рис. 20).

Нехай в свердловину AB вставлена труба з дірчастим кінцем.

Коли воду не відпомповувати, то вона установиться в трубі на такій висоті H над поверхнею землі OX, яка відповідає гідравлічному тисненню у водоносному шарі навколо колодязя.

При усталеному відпомповуванні вода буде на висоті z_0 над OX.

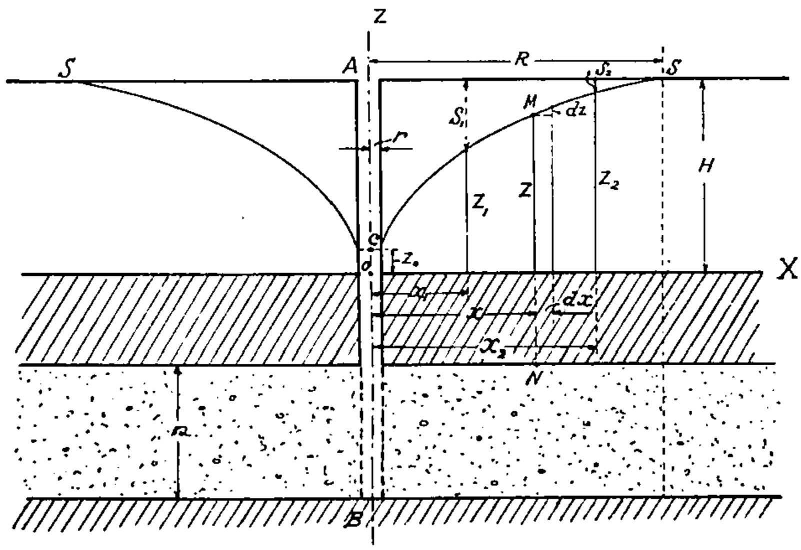

Рис. 20.

На віддаленні x від оси OZ тисненню в точці N відповідала б ордината z, а на віддаленні R — ордината H, так що закон зміни тиснення буде виявлений якоюсь кривою SMC. Рівняння цієї кривої, віднесене до осей OX і OZ, найдемо так:

Відток Q через вальцеву поверхню водоносного шару з радіюсом x, при висоті шару m, буде:

$$Q = \varepsilon F I = \varepsilon \, 2\pi x \, . \, m \, \frac{dz}{dx},$$

відсіля
$$dz = \frac{Q}{2\pi m \varepsilon} \cdot \frac{dx}{x}.$$

Проінтегрувавши це рівняння, найдемо:

$$z = \frac{Q}{2\pi m\varepsilon} \log \operatorname{nat} x + \text{const.};$$

Щоб найти значіння «const.», пристосуємо останнє рівняння до вальцевої поверхні біля самої труби, де $x=r$, а $z=z_0$; тоді

$$z_0 = \frac{Q}{2\pi m\varepsilon} \log \operatorname{nat} r + \text{const.}$$

відсіля
$$\text{const} = z_0 - \frac{Q}{2\pi m\varepsilon} \log \operatorname{nat} r;$$

тепер
$$z = \frac{Q}{2\pi m\varepsilon} \log \operatorname{nat} x + z_0 - \frac{Q}{2\pi m\varepsilon} \log \operatorname{nat} r;$$

або
$$z - z_0 = \frac{Q}{2\pi m\varepsilon} \log \operatorname{nat} \frac{x}{r}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (131)$$

відкіля
$$x = re^{\frac{2\pi m\varepsilon}{Q}(z-z_0)} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (132)$$

Таким чином, зміна тиснення в радіяльній площині йде за законом лоґаритмічної кривої.

Для $x=R$ ордината $z=H$; тоді

$$H - z_0 = \frac{Q}{2\pi m\varepsilon} \log \operatorname{nat} \frac{R}{r}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (133)$$

відсіля
$$Q = \frac{2\pi m\varepsilon (H - z_0)}{\log \operatorname{nat} {}^R/_r} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (134)$$

$$\varepsilon = \frac{Q \log \operatorname{nat} {}^R/_r}{2\pi m (H - z_0)} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (135)$$

Із рівняння (134) видно, що при незмінних m, ε, H, R і r продуктивність колодязя Q залежить од висоти z_0, при чому тут залежність Q від z_0 є простолінійна; одначе, завдяки тому опорові, що його зустрічає струмінь в трубі, простолінійна залежність переходить в дійсності в параболічну, так що

$$H - z_0 = \alpha Q + \beta Q^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (136)$$

де α і β — сталі коефіцієнти, що установлюються для кожного колодязя на підставі вимірів відповідних Q і z_0.

Нехай, напр., при $H-z_0=2{,}75$ м. відток Q був 34 літри за сек; при $H-z_0=4{,}30$ м. відток $Q=54$ л./сек., при $H-z_0=5{,}60$ м., $Q=70$ л./сек. З двох крайніх пар находимо $\alpha=0{,}08$; $\beta=-0{,}00002$.

Взявши ці коефіцієнти, можемо для інших знижень $H-z_0$ находити Q вже теоретично, або навпаки, взявши певне Q, найдемо, при якому $H-z_0$ воно може бути.

Коли, напр., $Q=54$ літр./сек., то з формули:

$$H-z_0=0{,}08\times54-0{,}00002\times54^2$$

дістаємо $H-z_0=4{,}26$ метра, в дійсності було 4,30 м.

Із формули (135) можна найти величину ε. На практиці це роблять таким способом: на віддаленні x_1 та x_2 від оси колодязя на лінії радіюса проводять дві допоміжних свердловини, в яких можна виміряти положення води. Находять відмітку цих рівнів при усталеному вже відтокові Q. Після цього, знаючи відмітку лінії SS (рис. 20), можна вирахувати величину знижень S_1 і S_2; тоді $z_1=H-S_1$; $z_2=H-S_2$.

На підставі рівняння (129) можемо написати:

$$\varepsilon=\frac{Q\log\mathrm{nat}\,\frac{x_2}{x_1}}{2\pi m(z_2-z_1)}=\frac{Q\log\mathrm{nat}\,\frac{x_2}{x_1}}{2\pi m(S_1-S_2)}\qquad\ldots\ldots\ldots\ldots(137)$$

Останнім рівнянням користувалися A. Thiem і G. Thiem при їх численних працях над визначенням питомого відтоку ε в природніх обставинах.

Величини, найдені безпосередніми вимірами, а потім обрахунками, зводили згадані гідрологи в таблиці, подібні до тієї, що приводиться нижче (Таблиця № 14).*)

Таблиця № 14.

№ свердловини	Об'єм відпомпованої води Q в м.³/сек.	Віддалення від оси колодязя до оси свердловини в метрах		$\log\mathrm{nat}\,x_1$	$\log\mathrm{nat}\,x_2$	$\log\mathrm{nat}\,\frac{x_2}{x_1}$	Грубість m водоносного шару в м.	S_1 в м.	S_2 в м.	S_1-S_2 в м.	Питомий відток ε_1 м.³/сек.	Питомий відток ε м.³/мин. $=\varepsilon_1\times60$.
		x_2	x_1									
1.	0,00414	80	10	4,3820	2,3026	2,0794	2,85	0,796	0,632	0,164	0,00293	0,1758
5.	0,00409	20	10	2,9957	2,3026	0,6931	6,85	0,104	0,097	0,007	0,00970	0,5820

*) E. Prinz. Handbuch der Hydrologie.

§ 10. НАХОДЖЕННЯ ВІДТОКУ ПІДЗЕМНИХ ВОД ТА КРИВИХ ДЕПРЕСІЇ МЕТОДОМ SMREKER'A.

Як було вже сказано в § 8, Smreker для находження відтоку Q запропонував такі формули:

$$Q = \varepsilon_0 F I^{\frac{1}{m}} \quad \dots\dots (82)$$

$$Q = \lambda_n F v \quad \dots\dots (83)$$

$$Q = F \left(\frac{I}{C}\right)^{\frac{1}{m}} \quad \dots\dots (84)$$

Покажемо тут хоч для одного випадку, а саме — для притікання води до звичайного колодязя, спосіб застосовання закону Smreker'a.

Уявім собі колодязь в тих самих умовах, як на рис. 19. Напишім згідно з формулою (84) вираз для відтоку через вальцеву поверхню заввишки в z і з радіюсом x.

$$Q = F \left(\frac{I}{C}\right)^{\frac{1}{m}},$$

або

$$Q = F \left(\frac{1}{C}\right)^{\frac{1}{m}} I^{\frac{1}{m}};$$

$$Q = 2\pi x z \left(\frac{1}{C}\right)^{\frac{1}{m}} \left(\frac{dz}{dx}\right)^{\frac{1}{m}};$$

або

$$Q^m = (2\pi)^m \cdot \frac{1}{C} x^m z^m \frac{dz}{dx}.$$

$$Q^m \frac{dx}{x^m} = (2\pi)^m \frac{1}{C} z^m dz.$$

Проінтегрувавши це рівняння, матимемо:

$$-\frac{Q^m}{(m-1)\, x^{m-1}} = \frac{(2\pi)^m}{C} \frac{z^{m+1}}{m+1} + \text{const}.$$

Коли віддалення x росте до безмежности, то z наближається до H;

відсіля $$\text{const.} = -\frac{(2\pi)^m}{C}\frac{H^{m+1}}{m+1},$$

а попереднє рівняння буде:

$$-\frac{Q^m}{(m-1)\,x^{m-1}} = \frac{(2\pi)^m}{C}\;\frac{1}{m+1}\;(z^{m+1}-H^{m+1});$$

відсіля:

$$z^{m+1} = H^{m+1} - \frac{C}{(2\pi)^m}\;\frac{m+1}{m-1}\;\frac{Q^m}{x^{m-1}} \qquad \ldots\ldots\ldots(138)$$

Рівняння це дає гіперболічний звязок між координатами z і x; при $x=\infty$ $z=H$; коли $x \to 0$, $z \to -\infty$. Вісь OX перетинається цією кривою на віддаленні x_0 від точки O, рівнім:

$$x_0 = \frac{Q^{\frac{m}{m-1}}}{H}\sqrt[m-1]{\frac{m+1}{m-1}\;\frac{C}{(2\pi)^m}}$$

Віддалення це не залежить тут ні від радіюса колодязя, ані від висоти води в ньому, що не можна визнати за природнє.

Крива депресії, визначена на підставі закону Smreker'а, цілковито відріжняється від кривої, що виходить із закону Darcy, тому твердження де-яких гідравліків, що закон Darcy це є окремий випадок закону Smreker'а, коли $m=1$*), не справедливе, бо $\int\frac{dx}{x}$ не є окремий випадок $\int\frac{dx}{x^m}$, при $m=1$.

На підставі формули (138) можемо визначити коефіцієнт C;

$$C = \frac{m-1}{m+1}\;(2\pi)^m\;\frac{H^{m+1}-z^{m+1}}{Q^m}\,x^{m-1} \qquad \ldots\ldots(139)$$

Щоб для грунтів даної місцевости користуватися формулами Smreker'а, треба визначити коефіцієнти m і C, а це роблять таким способом:

На віддаленні x від оси колодязя проводять досвідну свердловину. Помпують із колодязя на протязі довшого часу один раз Q_1, а другий раз Q_2, міряють перший і другий раз рівень води в свердловині після того, як він установиться; нехай зниження цього рівня проти попереднього поземого буде перший раз S_1,

*) Проф. Сурин. Водоснабжение, стор. 296: «Закон Дарсі є окремим випадком закону Смрекера, коли $m=1$".

а другий — S_2; тоді $z_1=H-S_1$, а $z_2=H-S_2$; тепер, на підставі формули (138), можемо написати:

$$\left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^m=\frac{H^{m+1}-z_1^{m+1}}{H^{m+1}-z_2^{m+1}}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(140)$$

і найти методою підстановок невідому величину m, що мусить бути більша від 1 і менша від 2.

Після того, як коефіцієнт m найдено, другий коеф. C вираховується з формули (139).

При відомих уже значіннях m і C, користуючись тією ж формулою (139), можна находити приток води до колодязя при ріжних зниженнях кривої депресії на даному віддаленні x від оси колодязя:

$$Q=\sqrt[m]{\frac{m-1}{m+1}\,\frac{(2\pi)^m}{C}\,x^{m-1}\,(H^{m+1}-z^{m+1})}\quad\ldots\ldots\ldots(141)$$

для даного x цю формулу можна написати так:

$$Q=n\sqrt[m]{H^{m+1}-z^{m+1}}\ ,$$

або $$Q=n\sqrt[m]{(H-z)(H^m+H^{m-1}z+H^{m-2}z^2+\ldots+Hz^{m-1}+z^m)}.$$

Коли висота водоносного шару H в порівнянні з пониженням рівня S при відпомповуванні є велика, тоді z мало відріжняється від H і замісць останньої формули можна написати:

$$Q=n\sqrt[m]{S\,(m+1)\,H^m}=nH\sqrt[m]{m+1}\,\sqrt[m]{S}=n_1\sqrt[m]{S}\quad\ldots\ldots(142)$$

Остання формула означає, що при малих зниженнях $S=H-z$ дебет колодязя є пропорційний до величини зниження S води в колодязі при помпуванні. Цю величину зниження треба виміряти при зовнішній поверхні стінки колодязя*).

§ 11. НАХОДЖЕННЯ ЧАСУ, ЗА ЯКИЙ ЧАСТИНКА ВОДИ ДІЙДЕ ВІД ДОВІЛЬНОГО МІСЦЯ В СФЕРІ ДЕПРЕСІЇ ДО КАНАВИ АБО ДО КОЛОДЯЗЯ.

Розглянемо тут такі випадки: 1) притікання грунтової води (не артезійської) до простолінійної канави; 2) притікання такої ж

*) Закон Smreker'а належить застосовувати тільки до дуже грубозернистих грунтів.

води до звичайного круглого колодязя і 3) притікання артезійської води до свердловини.

Для першого випадку дійсна середня скорість v_∂ частинок в будь якому доземому розсіку, рівнобіжному до оси канави, буде (рис. 14):

$$v_\partial = \frac{dx}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (143)$$

При довжині канави b згідно з рівнянням (99):

$$Q = \varepsilon b z \frac{dz}{dx}, \text{ або} Q = bz \cdot \lambda_n \cdot v_\partial;$$

відсіля

$$v_\partial = \frac{Q}{bz\lambda_n}, \text{ або } v_\partial = \frac{q}{\lambda_n z} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (144)$$

Із рівнянь (143) і (144) маємо:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{q}{\lambda_n z};$$

відкіля

$$dt = \frac{\lambda_n z dx}{q} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (145)$$

Для того, щоб проінтегрувати останнє рівняння, замінимо в ньому z через x на підставі рівняння (102)

$$z = \sqrt{\frac{2q}{\varepsilon} x},$$

де x — абсциса, порахована від верпіка параболи;

тоді

$$dt = \frac{\lambda_n \sqrt{\frac{2q}{\varepsilon} x}\, dx}{q},$$

відкіля

$$t = \frac{2}{3} \frac{\lambda_n \sqrt{\frac{2q}{\varepsilon}}\, x^{\frac{3}{2}}}{q} + \text{const}.$$

Для частинки води, що була біля самої канави, можна прийняти $x=0$ і час t для підходу її буде також$=0$, тому «const.»$=0$, а останнє рівняння буде:

$$t = \frac{2}{3} \cdot \frac{\lambda_n \sqrt{\frac{2q}{\varepsilon}}}{q} \cdot x^{\frac{3}{2}} \text{ сек.};$$

або $$t = \frac{2}{3} \lambda_n \sqrt{\frac{2}{\varepsilon q}} x^{\frac{3}{2}} \text{ сек.} \qquad \text{(146)}$$

Коли б в рівнянні (145) замінити x через z, тоді

$$dt = \frac{\lambda_n \varepsilon}{q^2} z^2 dz;$$

відкіля $$t = \frac{\lambda_n \varepsilon}{3q^2} z^3 \qquad \text{(147)}$$

Для даного грунту λ_n, ε і q — величини сталі, а тому $\frac{\lambda_n \varepsilon}{3q^2}$ можна означити через сталу A, тоді

$$t = Az^3, \qquad \text{(148)}$$

себто час буде пропорційним до кубу ординати z.

Приклад. Найти час, за який частинка води підійде до канави з віддалення $x=30$ метрів, коли $q=0{,}005$ метр.^{3}/сек.; $\lambda_n=0{,}10$; $\varepsilon=0{,}007$ м.^{3}/мин.

Згідно з формулою (146) $t = \frac{2}{3} \times 0{,}10 \sqrt{\frac{2 \times 60}{0{,}007 \times 0{,}005}}\, 30^{\frac{3}{2}} =$ $=60680''$ або $\doteq 16$ годин.

Для круглого звичайного колодязя можемо написати:

$$v_\partial = \frac{dx}{dt}; \quad v_\partial = \frac{Q}{2\pi x z \lambda_n};$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{Q}{2\pi x z \lambda_n};$$

$$dt = \frac{2\pi \lambda_n z x \, dx}{Q};$$

Замінимо x через x, користуючись рівністю:

$$Q = \varepsilon 2\pi x z \frac{dz}{dx},$$

звідкіля маємо: $$\frac{Qdx}{x}=\varepsilon 2\pi z dz.$$

Проінтегрувавши це рівняння в межах від x до R та від z до H, найдемо (див. рівн. 125):

$$Q \log \text{nat} \frac{x}{R}=\pi\varepsilon z^2-\pi\varepsilon H^2;$$

відсіля $$z^2=\frac{Q \log \text{nat} \frac{x}{R}}{\pi\varepsilon}+H^2,$$

$$z=\sqrt{\frac{Q \log \text{nat} \frac{x}{R}}{\pi\varepsilon}+H^2};$$

тепер $$dt=\frac{2\pi\lambda_n}{Q}\sqrt{\frac{Q \log \text{nat} \frac{x}{R}}{\pi\varepsilon}+H^2}\, xdx,$$

або $$dt=\frac{2\pi\lambda_n H}{Q}\sqrt{1+\frac{Q \log \text{nat}\, ^x/_R}{\pi\varepsilon H^2}}\, xdx \quad \ldots\ldots..(149)$$

Рівняння (149) стає значно простішим, коли шукати час руху для частинки на кінці лінії депресії, себто, коли $x=\backsim R$; тоді $\log \text{nat} \frac{x}{R}=0$, а

$$dt=\frac{2\pi\lambda_n H}{Q} xdx.$$

Коли проінтегрувати це рівняння, прийнявши на увагу, що при $x=0$ і $t=0$, то одержимо:

$$t=\frac{\pi\lambda_n H}{Q} x^2,$$

для $x=R$ буде:

$$t=\frac{\pi\lambda_n H}{Q} R^2 \text{ сек.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (150)$$

Для артезійських вод можемо написати:

$$v_\partial = \frac{dx}{dt} = \frac{Q}{\lambda_n 2\pi x m};$$

$$dt = \frac{2\pi\lambda_n m}{Q} x dx.$$

Проінтегрувавши останнє рівняння в межах від $x = r$ до $x = R$, одержимо:

$$t = \frac{2\pi\lambda_n m}{Q} \frac{R^2 - r^2}{2},$$

або $$t = \frac{\pi\lambda_n m}{Q}(R^2 - r^2) \text{ сек.} \quad \ldots\ldots\ldots (151)$$

Замісць Q можна вставити його значіння з рівняння (134), тоді

$$t = \frac{\pi\lambda_n m (R^2 - r^2) \log \text{nat} \frac{R}{r}}{2\pi m\varepsilon (H - z_0)},$$

або $$t = \frac{\lambda_n \log \text{nat} \frac{R}{r}}{2\varepsilon (H - z_0)} (R^2 - r^2) \text{ сек.} \quad \ldots\ldots\ldots (152)$$

§ 12. ФІЛЬТРУВАННЯ ВОДИ ЧЕРЕЗ ЗЕМЛЯНУ ГРЕБЛЮ.

Для утворення водозбірників, а також для охорони річних долин від високих вод часто будують насипні земляні греблі. Такі греблі мають у розсіку трапезову форму, при чому водяному відкосові надають звичайно нахил не менший, як 1 : 2, а повітряному не менший, як 1 : 1½, але ліпше не менший, як 1 : 2.

Гребля такого розсіку є цілком стійкою проти перекидання її силою натиску води і проти зсування, хоч би вода доходила з одного боку аж до самого верху, чи до корони греблі.

Руйнація ж насипної греблі може статися головно від трьох причин: 1) переливання води через греблю; 2) розпливання розмоченої греблі і 3) фільтрування води крізь тіло греблі та по-під греблею.

Щоб не було переливання води поверх греблі, треба тільки так вирахувати водопропускні відтулини, щоб вони могли пропустити найбільший можливий приток води до водозбірника, а при обвалуванні річок — надати таку висоту валам, щоб і найвищі води не досягали їх верхів. При довголітній та правильно поставленій гідрологічній службі находження потрібних розмірів не робить жадних труднощів.

Росплива́ння тіла греблі, або інакше кажучи, зменшення нахилів поперечних відкосів може статися в наслідок інфільтрування води в греблю; але само по собі інфільтрування не веде обов'язково до росплива́ння греблі. Це може статися тільки тоді, коли матеріял для греблі взято сильно глинистий, або дрібно-піскуватий, а біля 40% всього об'єму шпар у ньому заповнено водою.

Підбиранням відповідного матеріялу (від 2 частин піску на 1 частину глини до однієї частини піску на 1 частину глини) руйнації греблі від другої причини можна уникнути.

Залишається третя причина — фільтрування води крізь тіло греблі та по-під нею.

Ця причина діє в кожній насипній греблі. Як би щільно не будували греблю, завжди вода, що стоїть з одного боку греблі високо, а з другого — низько, або й зовсім її там немає, найде собі ходи між частинками грунту і буде ними з більшою чи меншою скорістю протікати.

Фільтрування води крізь греблю або по-під нею може при певних умовах набути такої скорости, що окремі частинки грунту стануть вимиватися, а через це почне руйнуватися або тіло греблі, або основа під нею, а це кінець кінцем може легко призвести до катастрофи.

Проектування такого профілю земляної греблі, який би забезпечував і проти фільтрування, базується ще й тепер переважно на використанні відповідних прикладів уже існуючих гребель; але її теоретичне освітлення явищ фільтрування води в греблях є уже можливим на підставі тих загальних міркувань про фільтрування, що були приведені вище.

Уявім собі поперечний розсік земляної водозатримної греблі, проведений по найнижчому місцю долини (рис. 21). Природне окреслення цього профілю, як було вже сказано, є трапезове $ABCD$. Основні розміри його чамічують таким способом. Корона BC мусить підноситися над найвищим у водозбірнику рівнем води на таку висоту h_0, яка була б більша від висоти найвищих хвиль, а висоту хвилі h при довжині водозбірника l в метрах можна вирахувати з допомогою формули Stevenson'а, що для зручности трохи змінена:

$$h=0{,}75+0{,}01\sqrt{l}-0{,}04\sqrt[4]{l}\text{ метрів.}$$

Далі для ширини корони S_0 можна користуватися формулами, що їх вивів я на підставі обслідування більше ста гребель.

Для гребель, нижчих од 10 метрів, $S_0=0{,}3H+2{,}0$ метр., для гребель, вищих за 10 метрів, $S_0=\sqrt{5H}-2{,}0$ метр., де H — в метрах.

Нахили відкосів $1:n_1$ і $1:n_2$ беруть в залежності від матеріялів.

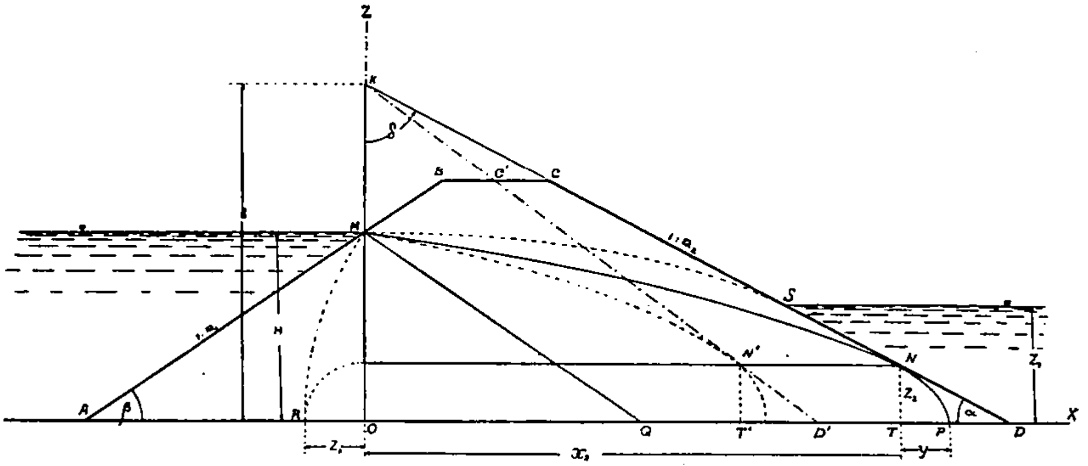

Рис. 21.

Уявім тепер, що гребля насипана з цілком одноманітного матеріялу і спробуємо обслідувати питання про положення в ній кривої депресії; при чому тут може бути два окремих випадки: 1) коли гребля стоїть на грунті, який можна вважати непросочливим, і 2) коли грунт під греблею на певну глибину просочливий і в ньому тихо пливуть грунтові води.

Для першого випадку можна скористуватися рівнянням (97), прийнявши тільки означення рис. 21. та провівши вісь OZ через точку M; тоді рівняння (97):

$$z^2=\frac{h_1^2-h_2^2}{x_1-x_2}x+\frac{h_2^2x_1-h_1^2x_2}{x_1-x_2}$$

перейде в таке:

$$z^2=\frac{z_1^2-H^2}{x_1}x+H^2; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (153)$$

а рівняння (98) в наступне:

$$Q=\frac{\varepsilon l\,(H^2-z_1^2)}{x_1},$$

або

$$q=\frac{\varepsilon\,(H^2-z_1^2)}{2x_1} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(154)$$

Тут z_1 — висота низової води, а x_1 — абсциса точки S.

Коли ж положення відкосу CD намічено раніш, а низової води немає, тоді цікаво найти таку параболу депресії, яка, почавшись в точці M, торкнеться простої CD, а це через коротший або довший час мусить статися.

Координати точки торкання N находимо згідно з правилами аналітичної геометрії.

Рівняння параболи депресії, віднесене до осей OX і OZ, буде:

$$z^2=-2px+H^2,$$

де p — невідомий поки що параметр.

Рівняння простої KD, по якій іде сухий відкос CD, буде:

$$\frac{x}{a}+\frac{z}{b}=1; \quad \text{де} \quad a=OD, \quad \text{а} \quad b=OK.$$

Для находження координат точки торкання N розвязуємо спільно два останніх рівняння й обидва корені квадратового рівняння робимо однаковими.

$$\frac{z}{b}=1-\frac{x}{a}; \qquad z=b-\frac{b}{a}x;$$

$$\left(b-\frac{b}{a}x\right)^2=-2px+H^2$$

$$b^2-2\frac{b^2}{a}x+\frac{b^2}{a^2}x^2=-2px+H^2$$

$$\frac{b^2}{a^2}x^2+2\left(p-\frac{b^2}{a}\right)x+b^2-H^2=0.$$

Для рівняння типу $Ax^2+2Bx+C=0$

$$x_{1,2}=\frac{-B\pm\sqrt{B^2-AC}}{A}.$$

Для того, щоб $x_1=x_2$, треба, щоб $B^2-AC=0$, або $B^2=AC$.

При наших рівняннях мусить бути:

$$\left(p-\frac{b^2}{a}\right)^2=\frac{b^2}{a^2}(b^2-H^2);$$

відкіля

$$p-\frac{b^2}{a}=\pm\frac{b}{a}\sqrt{b^2-H^2},$$

$$p_{1,2}=\frac{b^2}{a}\pm\frac{b}{a}\sqrt{b^2-H^2};$$

Знаючи параметр $p_{1,2}$, находимо абсциси $x_{1,2}$:

$$x_{1,2}=\pm\frac{a}{b}\sqrt{b^2-H^2};$$

вибираємо x_1 зі знаком $+$:

$$x_1=\frac{a}{b}\sqrt{b^2-H^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (155)$$

тоді ордината $z_2=(a-x_1)\operatorname{tg}\alpha=(a-x_1)\dfrac{b}{a}$;

але $$(a-x_1)\frac{b}{a}=\left(a-\frac{a}{b}\sqrt{b^2-H^2}\right)\frac{b}{a};$$

відкіля

$$z_2=b-\sqrt{b^2-H^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (156)$$

Останнє рівняння показує, що величина ординати z_2 залежить тільки від висоти натиску води H та від висоти $OK=b$. Коли б відкос KD мінявся так, щоб обертався навколо точки K, то довжина параболи депресії та форма її також мінялися б, але величина ординати точки торкання залишалась би сталою.

Довжину ординати z_2 можна найти й графічно, коли дано b і H. Для цього від точки M лучем b засікаємо лінію OX в точці Q; тоді $OQ=\sqrt{b^2-H^2}$. Відклавши $QR=b$, будемо мати $OR=b-\sqrt{b^2-H^2}$; отже, $OR=z_2$. Коли тепер провести на віддаленні OR лінію, рівнобіжну до OX, то вона перетне відкос CD в точці N, а відкос $C'D'$ в точці N'.

Після того, як поверхня депресії дійде до повітряного відкосу, настане витікання води на цей відкос. Щоб таке витікання не було для греблі шкідливим, треба, щоб дійсна скорість протікання води між частинками не була більша від тієї, при якій повстає зрушення з місця частинок грунту.

Зрушення частинок з їх місця може відбуватися або піднесенням їх током води до гори, або пересуванням у поземому напряму. Для першого випадку приводимо нижче в таблиці і графикові дані Shokes'a, Schöne і Kopecky'ого; для другого — дані Justin'a, A. Thiem'a; Thiem'a і Prinz'a.

Т а б л и ц я № 15 скоростей, при яких вода підносить частинки грунту з поперечником d мм.

S t o k e s				S c h ö n e		К о п е ц к и й			
d mm	v mm/сек при $\gamma_\kappa=2{,}5$	d mm	v mm/сек при $\gamma_\kappa=2{,}6$	d mm	v mm/сек	d mm	v mm/сек	d mm	v mm/сек
0,01	0,07	0,01	0,08	0,01	0,17	0,01	0,2	0,01	0,2
0,03	0,64	0,03	0,69	0,03	0,93			0,03	2,0
0,05	1,79	0,05	1,90	0,05	2,08	0,05	2,0		
0,08	4,57	0,08	4,58	0,08	4,33			0,075	7,0
0,1	7,14	0,1	7,62	0,1	6,17	0,1	7,0	0,15	25,0
0,2	28,58	0,2	30,48	0,2	18,35	0,2	25,0		
0,3	64,30	0,3	68,57	0,3	34,70				
0,5	178,62	0,5	190,48	0,5	77,43				
0,8	457,28	0,8	487,62	0,8	162,07				
0,9	578,74	0,9	617,15	0,9	195,01				
1,0	714,49	1,0	761,91	1,0	229,72				
1,5	1607,61	1,5	1714,30	1,5	435,20				
2,0	2857,98	2,0	3047,64	2,0	683,93				

Для малих частинок з поперечником d до 0,6 мм. табличні дані нанесено на график № 22.

Як видно з цих таблиць і графику, дані ріжних дослідників сильно між собою розходяться, але нам цікаво знати критичну скорість для дрібніших частинок, з яких насипана гребля. Коли б за таку частинку прийняти кульку з поперечником $d=$ $=0{,}01$ мм., тоді найменша скорість для неї після Stokes'a була б $=0{,}07$ мм./сек. або 0,004 метр./мин. Цю скорість $v_k=0{,}004$ м./мин. ми й приймемо для дальших міркувань.

Таблиця № 16. скоростей, при яких вода зсовує частинки грунту ріжних поперечників.

Justin		A. Thiem		Thiem i Prinz	
d mm	v mm/сек	d mm	v mm/сек	d mm	v mm/сек
0,01	9,85				
0,03	17,27	0,25	18,5	0,125	14,5
0,05	21,84			0,375	52,0
0,08	27,94			0,75	85,5
0,1	30,48				
0,3	54,06				
0,5	70,10	0,5	31,5		
0,8	88,39	0,75	43,0		
1,0	98,55	1,0	53,5		
		1,25	63,0		
2,0	142,24	1,50	72,5	1,50	140,0
3,0	171,96	1,75	81,5		
4,0	198,12	2,0	90,5		
5,0	220,47			2,5	180,5

В тій точці N (рис. 21), де крива депресії торкається сухого відкосу, спад $I = \operatorname{tg}\alpha$; скорість фільтрування на доземці z_2 є $v_ф = \varepsilon I = \varepsilon \operatorname{tg}\alpha$; дійсна скорість $v_д = \frac{v_ф}{\lambda_n} = \frac{\varepsilon}{\lambda_n} \operatorname{tg}\alpha$;

відсіля $$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_д \lambda_n}{\varepsilon} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (157)$$

при $v_д = 0{,}004$ м./мин.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{0{,}004 \times \lambda_n}{\varepsilon} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (158)$$

Коли греблю насипано з грунту, що має $\lambda_0 = 40\%$, $d_{еф} = 0{,}07$ мм., то при температурі біля 16°C з таблиць Slichter'а найдемо: $\varepsilon = 0{,}001266$ м.^{3}/мин.; $\lambda_n = \sim 0{,}16$;

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{0{,}004 \times 0{,}16}{0{,}001266} = \sim 0{,}5 \text{ (або } 1:2).$$

Знаючи $\operatorname{tg}\alpha$, H і S_0, можемо вирахувати b і a, а після того, користуючись формулами (155) і (156), найдемо x_2 і z_2.

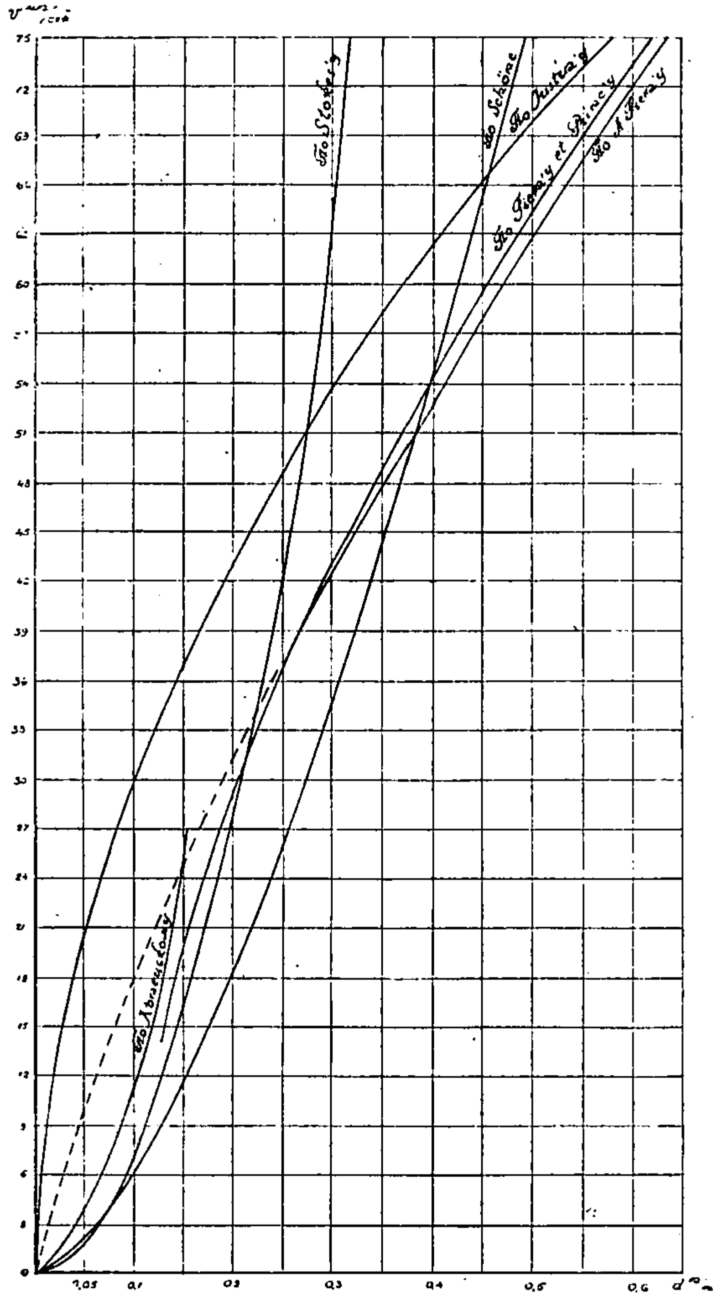

Рис. 22.

Для будування параболи MNP вставляємо значіння параметра $p=\dfrac{b^2}{a}-\dfrac{b}{a}\sqrt{b^2-H^2}$ в рівняння $z^2=-2px+H^2$ і одержуємо:

$$z^2=-2\left[\frac{b}{a}\left(b-\sqrt{b^2-H^2}\right)\right]x+H^2,$$

але $$b - \sqrt{b^2 - H^2} = z_2,$$

тому $$z^2 = -2\frac{b}{a} z_2 x + H^2 \quad \dots\dots\dots\dots\dots (159)$$

Надаючи ріжні значіння x, одержимо відповідні значіння z. Для вершка параболи P ордината $z=0$, а абсциса $x_0 = \dfrac{H^2}{2\frac{b}{a} z_2}$.

Запропонований тут спосіб находження такого розсіку греблі, при якому фільтрування не буде небезпечним, має ту хибу, що критичну скорість вибрано для частинок з поперечником $d=0{,}01$ мм; в дійсності ж ці частинки при глинуватім насипі можуть бути й меншими; для менших же частинок указати віригідні критичні скорості — тяжко.

З огляду на це можна шукати, при яких умовах призначений на греблю грунт не буде вимиватися, шляхом досвіду, на моделі, виходячи з таких міркувань.

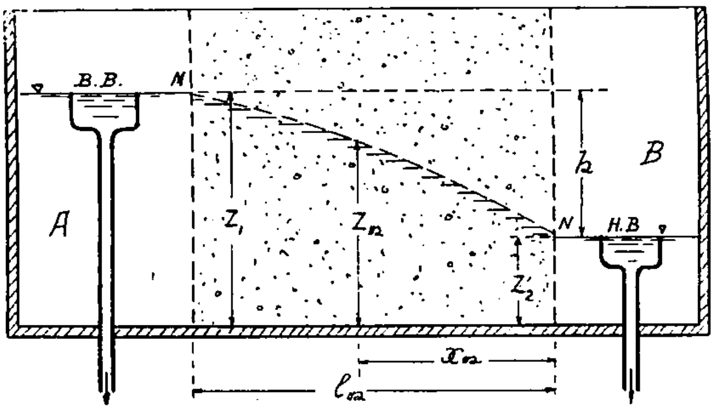

Рис. 23.

Кількість води, що фільтрується через греблю, при усталеному процесі залишається в усіх розсіках однаковою, але скорість фільтрування буде найбільшою там, де ордината z найменша; у нас найменша ордината буде для точки торкання параболи з відкосом — це місце є особливо небезпечне; отже для розсіку в точці N можемо написати:

$$q = \varepsilon z_2 I.$$

$$I = \frac{q}{\varepsilon z_2} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{q}{z_2}.$$

Найдім тепер для данного земляного матеріялу таке I, при якому не буде вимулювання частинок.

Візьмім скриню (рис. 23), розділену двома металевими сітками на 3 часті. В середню насипаємо таку землю, з якої буде насипатися гребля. Наллємо воду в комору A до певної сталої величини, а в коморі B будемо тримати воду на ріжних висотах. При ріжних натисках h спад I кривої депресії в точці N буде ріжний. При певному спаді h_1 вода в коморі B стане каламутитися, а це буде означати, що частинки землі помітно вимиваються. Коли для цього стану виміряти відток $q_{м.}$ і z_2 та знати для матеріялу ε, тоді з допомогою формули $I_m = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{q_{м.}}{z_2}$ найдемо I_m, при якому почалося вимивання частинок.

Отже, коли повітряному відкосові греблі надати нахил I менший від I_m, то скорість витікання води, що підійде аж до відкосу, не буде в стані зрушувати частинки землі.

Таким чином, з теоретичного боку підход поверхні депресії до самого відкосу є допустимим, але в дійсності стараються завжди, щоб ця поверхня була захована в тілі греблі що найменше на глибину 1 метра і відходила з греблі не по відкосу, а через дренажні застосовання, або через шпаристу основу під греблею.

Дренаж земляної греблі можна утворити або з глиняних трубок, покладених вповздовж п'яти повітряного відкосу і нормально до відкосу, або з кам'яної накидки, що становить низову підошву греблі (рис. 24).

Вибравши профіль греблі, поміщаємо на віддаленні x_2 дренуючу накидку заввишки в z_2, тоді

$$q = \frac{\varepsilon (H^2 - z_2^2)}{x_2},$$

а також

$$q = \varepsilon z_2 I,$$

відкіля

$$I = \frac{1}{\varepsilon} \frac{q}{z_2}.$$

Величина цього спаду I повинна бути менше I_m, де I_m — спад, при якому стала каламутитися вода в коморі B моделі. Коли цю умову додержано, вимивання частинок землі з греблі не буде.

Розгляньмо тепер другий випадок, коли грунт під греблею аж до грунтових вод одноманітно просочливий. Відток грунто-

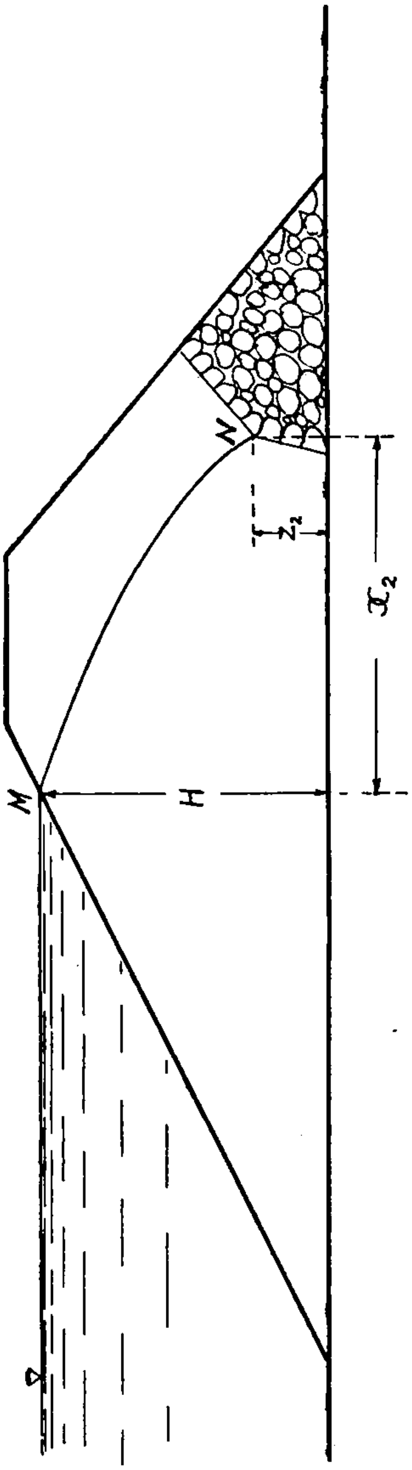

Рис. 24.

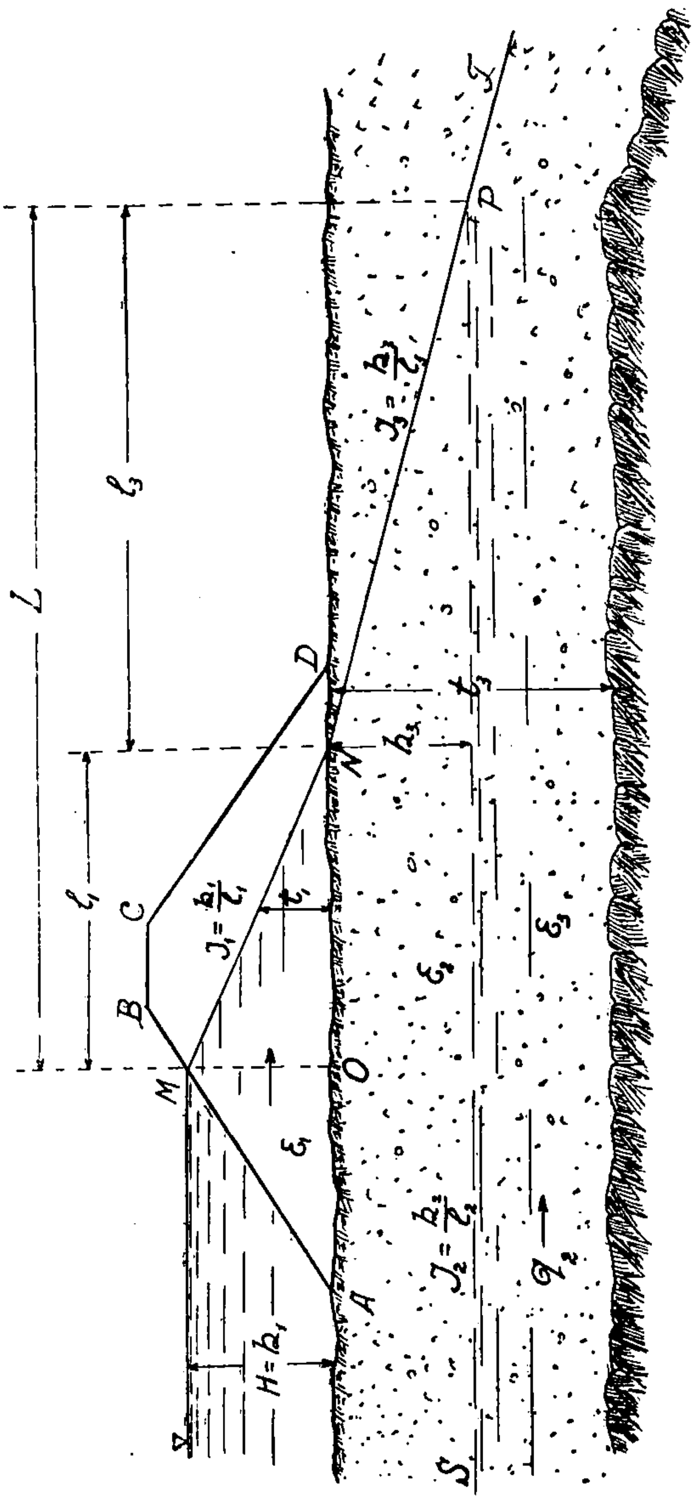

Рис. 25.

вих вод у тому місці, де намічено греблю, визначається при дослідженнях.

Уявім греблю $ABCD$ (рис. 25), під якою протікають грунтові води з поверхнею SPT. При нормальному стані води у водозбірнику вода буде фільтруватися через тіло греблі, а також і через основу її. Лінію депресії приймемо тут для спрощення не параболічну, а просту MN. Для находження точки N припускаємо за D. Justin'ом*), що нижче греблі існує ясно означена точка перелому непросочливого грунту : над нею точка P перелому спаду поверхні грунтових вод. До цієї точки підходить (приблизно) спад NP вод фільтрування.

При таких припущеннях можна вважати, що відток q_3 на одиницю довжини греблі безпосередньо нижче точки N буде рівний сумі відтоків: q_1 — через греблю і q_2 — грунтових вод до будування греблі. При означеннях рис. 25. можна написати:

$$q_1 = \varepsilon_1 t_1 I_1 = \varepsilon_1 t_1 \frac{h_1}{l_1}; \qquad q_2 = \varepsilon_2 t_2 I_2 = \varepsilon_2 t_2 \frac{h_2}{l_2};$$

$$q_3 = \varepsilon_3 t_3 I_3 = \varepsilon_3 t_3 \frac{h_3}{l_3}; \qquad \text{далі} \ — \ l_3 = L - l_1;$$

$$q_3 = q_1 + q_2; \ \varepsilon_3 \frac{h_3}{L - l_1} t_3 = \varepsilon_1 \frac{h_1}{l_1} t_1 + q_2;$$

$$\varepsilon_3 h_3 t_3 = \varepsilon_1 \frac{h_1}{l_1} t_1 L - \varepsilon_1 \frac{h_1}{l_1} t_1 l_1 + q_2 L - q_2 l_1;$$

$$l_1 \left\{ \varepsilon_3 h_3 t_3 + \varepsilon_1 h_1 t_1 - q_2 (L - l_1) \right\} = \varepsilon_1 h_1 t_1 L,$$

відсіля:

$$l_1 = \frac{\varepsilon_1 h_1 t_1 L}{\varepsilon_3 h_3 t_3 + \varepsilon_1 h_1 t_1 - q_2 (L - l_1)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (160)$$

В останній формулі можна в правій частині відкинути l_1 і тоді приблизно буде:

$$l_1 = \frac{\varepsilon_1 h_1 t_1 L}{\varepsilon_3 h_3 t_3 + \varepsilon_1 h_1 t_1 - q_2 L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (161)$$

Найшовши l_1, побачимо, де приходиться точка N; для того, щоб гребля була в доброму стані, треба, щоб ця точка була в середині тіла греблі і ні в якім разі не перетинала відкосу CD.

Трудноші цього способу полягають у правильному визначенні точки перелому P і в находженні значінь ε.

---

*) Joel D. Justin. The desing of earth dams. Proceedings of the american society of civil engineers. May 1923.

§13. ПРОХОДЖЕННЯ ДЕПРЕСІЙНОЇ ПОВЕРХНІ В ПРОСТОЛІНІЙНОМУ ЗЕМЛЯНОМУ НАСИПІ ПРИ ШВИДКОМУ ПІДНЕСЕННІ РІВНЯ ВОДИ.

Уявім собі просочливий земляний масив (рис. 26) з доземою простолінійною стінкою, що прилягає до резервуару.

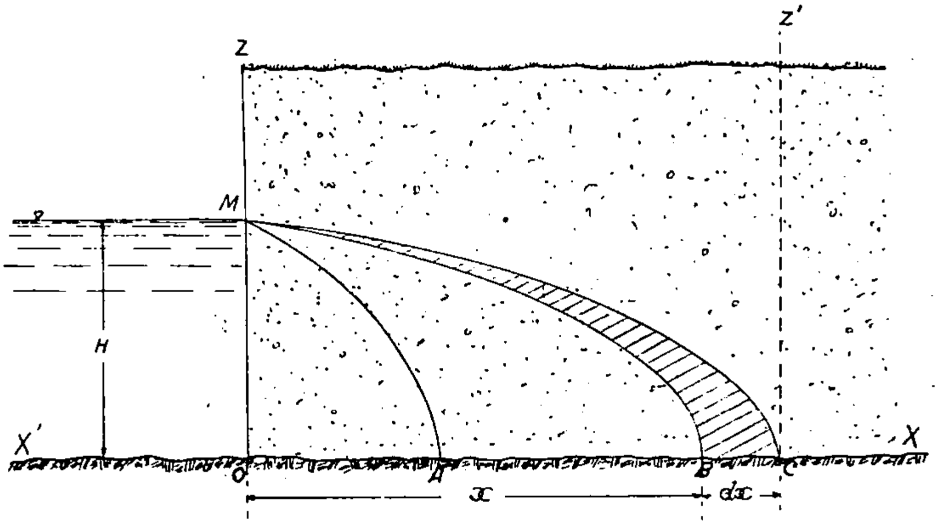

Рис. 26.

Припустім, що вода швидко піднеслася в резервуарі від точки O до точки M на певну висоту H (так буває, напр., при наповненні шлюзової комори, або при швидкому наповненні водозбірника).

Після цього вода почне інфільтруватися в шпаристий грунт. Як же ж проходить у цім разі процес інфільтрації, поки він не усталиться?

Для теоретичного обслідування цього питання робимо припущення, що поверхні промоченого грунту в кожний даний момент будуть параболічні і що розсіки їх площею, нормальною до берегової лінії, дають параболи MA, MB, MC, симетричні супроти оси OX (або CX').

Точка M цих парабол залишається весь час на поверхні води в резервуарі, а вершок параболи з бігом часу пересовується в точки A, B, C і т. д.

Розгляньмо два положення такої параболи, що відповідають моментам: t і $t+dt$.

В момент t земля буде промочена по площі OMB; коли взяти довжину насипу в напрямку, нормальному до рисунку, рівною одиниці, тоді об'єм промоченої землі буде $W={}^2/_3Hx$. м.^{3}.

В момент $t+dt$ об'єм промоченої землі W_1 буде: $W_1 = {}^2/_3 H(x+dx)$.

За час dt буде промочений об'єм $dW' = W_1 - W$:

$$dW' = \frac{2}{3} H (x+dx-x) = \frac{2}{3} H dx.$$

При об'ємній шпарності землі λ_0 об'єм інфільтрованої води буде:

$$dV = \frac{2}{3} \lambda_0 H dx \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (162)$$

Цей об'єм води мусить рівнятися тому об'ємові, який за час dt протече через площу $H \times 1$ кв. м., себто dV мусить бути рівним qdt.

Коли в момент t вершок кривої депресії буде віддалений від точки M на x, то на підставі формули (102) можна написати:

$$q = \frac{H^2 \varepsilon}{2x}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (163)$$

тому

$$qdt = \frac{H^2 \varepsilon}{2x} dt.$$

Прирівняймо тепер об'єми води:

$$\frac{2}{3} \lambda_0 H dx = \frac{H^2 \varepsilon}{2x} dt;$$

відкіля

$$\frac{2}{3} \lambda_0 dx = \frac{H \varepsilon}{2x} dt;$$

або

$$\frac{4}{3} \lambda_0 x dx = H \varepsilon dt.$$

Проінтегруємо це рівняння:

$$\frac{2}{3} \lambda_0 x^2 = H \varepsilon t + \text{const}.$$

При $t=0$ і $x=0$, а тому const$=0$

Отже,

$$\frac{2}{3} \lambda_0 x^2 = H \varepsilon t;$$

відсіля $$t=\frac{2}{3}\,\frac{\lambda_0 x^2}{H\varepsilon}, \qquad (164)$$

а $$x=\sqrt{\frac{3}{2}\,\frac{H\varepsilon}{\lambda_0}\,t} \qquad (165)$$

Для даного грунту ε і λ_0 — величини відомі, а тому віддалення x, до якого дійде вершок параболи, буде пропорційне до $\sqrt{t}$.

Приклад. Найти час, за який вода, піднявшись біля земляного масиву на висоту $H=4$ метри, промочить підошву масива на довжину 20 метрів, коли $\varepsilon=0{,}0542$ м.^{3}/мин., а $\lambda_0=$ $=38\%$.

Згідно з формулою (164) пишемо:

$$t=\frac{2}{3}\,\frac{0{,}38\times 20^2}{4\times 0{,}0542}=\backsim 461' \text{ або 7 год. 47 хв.}$$

В розглянутому тут випадку земляна стінка, що направлена до води, була доземою. Але як буде поширюватися поверхня депресії, коли ця стінка нахилена, як це завжди буває в земляних греблях?

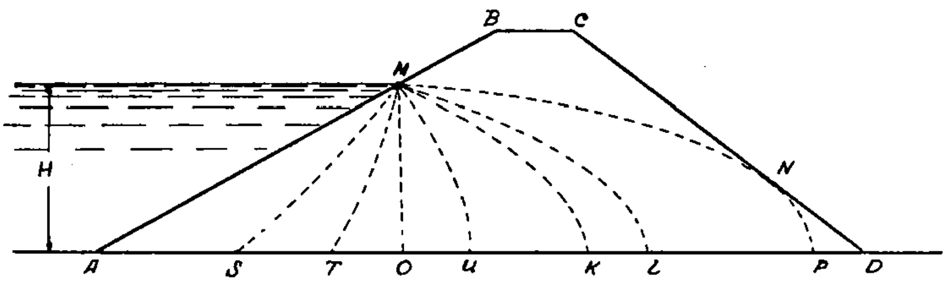

Рис. 27.

Я припускаю, що й тут довжину промочування по підошві греблі можна находити з допомогою формули (165), беручи ріжні t, але відкладаючи довжини не від точки O (рис. 27), а від точки A.

Віддалення OP можна вирахувати для параболи, що торкнеться відкосу, так, як було вже раніш показано, а тоді довжина $AO+OP$ буде відома; по цій довжині можна вирахувати час t, за який вода підійшла б до точки N.

§14. ФІЛЬТРУВАННЯ ГРУНТОВИХ ВОД ПІД ФУНДАМЕНТАМИ ГІДРОТЕХНІЧНИХ СПОРУДЖЕНЬ.

Фундамент гідротехнічного спорудження іноді доводять до водощільного, непроникливого грунту, а іноді закінчують і на грунті водопроникливім.

У першому випадку фільтрування під фундаментом майже немає; у другому — фільтрування відбувається. Це фільтрування може бути: 1) за час будування, коли фундамент обведено відгатками і вода стоїть за відгатками скрізь на одній висоті; 2) після закінчення спорудження, коли вода стоїть з одного боку його вище, ніж з другого.

У першому випадку (рис. 28) тиснення води знизу на фундамент буде гідростатичне.

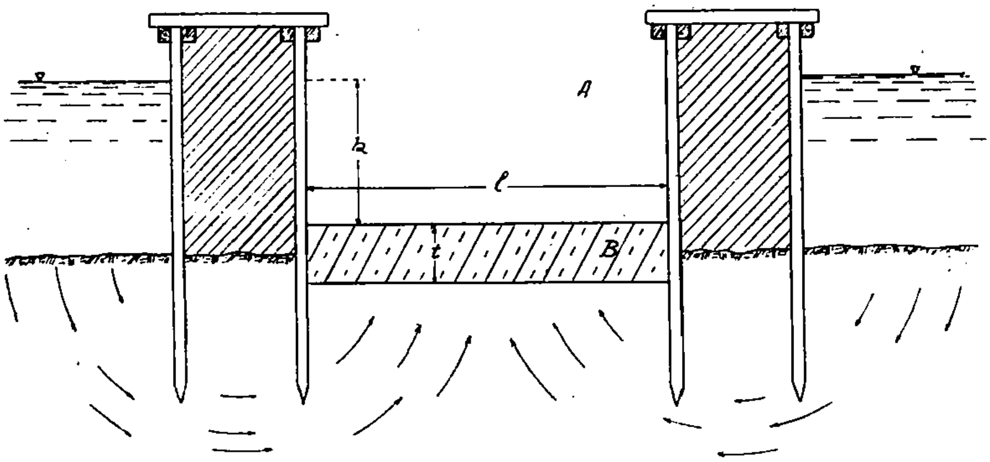

Рис. 28.

Коли воду з просторіні A поміж відгатками так вичерпувати, щоб тільки поверхня фундаменту B виходила з води, тоді фундамент буде наче занурений у воду, а повний теоретичний підтиск води знизу на фундамент буде γh тон на кв. метр; тому що $\gamma=1$ тоні, то підтиск$=h$ т/м^2.

В дійсності цей підтиск буде, імовірно, менший і то з ріжних причин: по-перше тому, що певна частина натиску витратиться на поборення тертя між частинками грунту; про величину цього зменшення маємо тільки де-які емпіричні вказівки; після проф. *A*. Klir'a і B. Tolman'a коефіцієнт зменшення натиску h буде:

1) для великого грузу під фундаментом $n=0{,}6—0{,}7$;
2) для чистого піску .... $n=0{,}4—0{,}5$;

3) для глинистого піску .... $n=0,2—0,3$.

Hagen і Lagrené радять приймати .... $n=1$.;

Franzius дає для n значіння від 0,25 до 0,5.

Друга причина зменшення натиску полягає в тому, що вода тисне знизу не на всю площу фундаменту, а тільки на ту, де частинки грунту не прилягають щільно до фундаменту. Згідно з досвідами Brennecke над фундаментами, поставленими на пісок ріжної буйности, коефіцієнт α зменшення площі тиску визначився такими числами в залежності від поперечника пісченок d:

для $d=0$	$\alpha=0$
,, $d=0,1$ мм.	$\alpha=0,84498$
,, $d=0,117$ мм.	$\alpha=0,9553$
,, $d=0,323$ мм.	$\alpha=0,99242$
,, $d=0,814$ мм.	$\alpha=0,99577$
,, $d=1,077$ мм.	$\alpha=0,99855$
,, $d>1,077$ мм.	$\alpha=1$.

Зменшення натиску h від обидвох причин, коли його означити через m, буде $m=n\alpha$, а зменшений або діючий натиск h, буде $n\alpha h$ (166).

При визначенні грубости фундаменту виходять з вимоги щоб підтиск $h_д$ не підняв фундаменту, зануреного у воду; при цьому ще беруть часто коефіцієнт запасу 1,5. При цих умовах для фундаменту, показаного на рис. 28, при довжині його в 1 метр, мусить бути:

$$1,5\gamma n\alpha h l=(\gamma_ф-\gamma)t\,.\,l,$$

де $\gamma_ф$ — вага одного куб. метра фундаменту; для бетону, напр., $\gamma_ф=2,3$ тони; з останнього рівняння маємо:

$$t=\frac{1,5\gamma n\alpha h}{(\gamma_ф-\gamma)} \text{ метр. } \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (167)$$

Для чистого піску, напр., коли взяти $n=0,5$, а $\alpha=0,84$, будемо мати:

$$t=\frac{1,5\times 0,5\times 0,84\,.\,h}{2,3-1}=0,48h \text{ метр.}$$

Коли згідно з Hagen'ом прийняти $n=1$ і не брати вже коефіцієнта запасу 1,5, то для грубости фундаменту одержимо:

$$t=\frac{0,84h}{2,3-1}\doteq 0,64h \text{ метр.}$$

Як середнє, можна було б прийняти $t \doteq 0{,}55h$ метр.

Розгляньмо тепер той випадок, коли рівні води перед спорудженням і нижче його ріжні; тут уже під фундаментом, що лежить на просочливому грунті, буде стале фільтрування води, при чому тиснення води знизу на фундамент не буде вже одна-

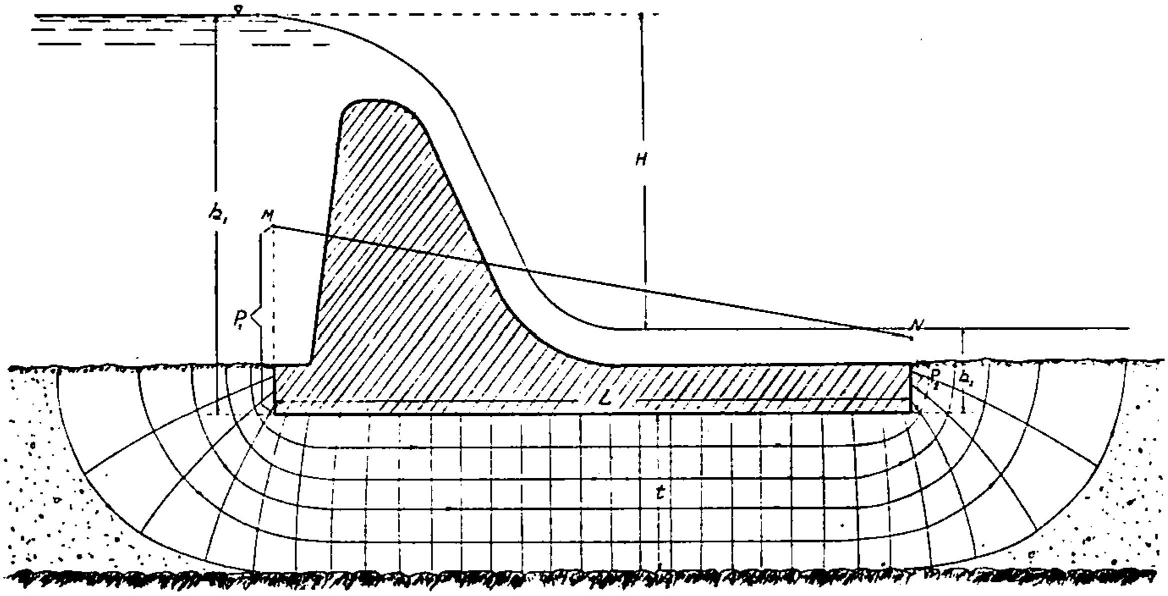

Рис. 29.

ковим; воно буде найбільшим біля верхового краю фундаменту, найменшим — біля низового, а між цими точками буде змінятися по простій або ламаній лінії, в залежності від присутности або відсутности при фундаменті шпунтових або інших водощільних стінок*).

Коли таких стінок немає (рис. 29), тоді при існуванні фільтрування під дном фундаменту натиск знизу в лівім кінці буде на один квадратовий метр $p_1 = n_1\alpha_1\gamma h_1$, або при $\gamma = 1$ буде $p_1 = n_1\alpha_1 h_1$, а тиснення в правім кінці буде $p_2 = n_2\alpha_2 h_2$. Середнє тиснення p на квадр. метр фундаменту буде: $p = \frac{n_1\alpha_1 h_1 + n_2\alpha_2 h_2}{2}$, а повний підтиск P на фундамент довжиною L м., а шириною 1 м. буде:

$$P = \frac{n_1\alpha_1 h_1 + n_2\alpha_2 h_2}{2} \cdot L \text{ тон.}$$

*) Закон зміни тиснення води на фундамент знизу не є взагалі таким простим. Докладному розглядові цього питання присвячена праця інж. Н. Н. Павловського „Теория движения грунтовых вод под гидравлическими сооружениями", якої я, на жаль, не міг закордоном дістати.

Коли замісць $n_1\alpha_1$ і $n_2\alpha_2$ взяти однаковий коефіцієнт n за Klir'ом, тоді

$$P = \frac{n(h_1+h_2)}{2} \cdot L \text{ тон} \ldots\ldots\ldots\ldots (168)$$

В залежності від довжини L буде знаходитися величина градієнта тиснення $\frac{n(h_1-h_2)}{L} = \frac{nH}{L} = \dot{I}$; а від нього залежить скорість фільтрування $v_ф$, дійсна скорість протікання $v_д$ і відток q.

Для того, щоб вздовж дна фундаменту не сталося вимивання частинок, треба, щоб дійсна скорість протікання не перейшла певної величини, а це може бути тільки при відповідній довжині L фундаменту.

До находження безпечної довжини L можна підійти двома способами: 1) безпосередніми вимірами на існуючих спорудженнях і 2) теоретичними обрахунками, виходячи з певної скорости води, що вимиває дрібні частинки.

1) Англійський інженір Bligh на підставі обслідувань індійських гребель дав для безпечної довжини L таку формулу:

$$L = CH, \ldots\ldots\ldots\ldots (169)$$

в якій коеф. C має наступні значіння:

1. Для дрібного піску або тонкого мулу $C = 18$.
2. Для тонкого мулу з піском . . . . $C = 15$.
3. Для звичайного, не дрібного піску . . . $C = 12$.
4. Для піску з грузом . . . . $C = 9$.
5. Для піску з грузом та кругляками . . . $C = 6—4$.

2) Скорість, при якій порушуються водою частинки з поперечником $d = 0{,}01$ мм., була нами принята $v_k = 0{,}004$ метр./мин.

Згідно з формулою (25) $v_д = \frac{v_ф}{\lambda_n}$, а $v_ф = \varepsilon \dot{I}$.

Отже, $$v_д = \varepsilon/\lambda_n \cdot I = \frac{\varepsilon}{\lambda_n} \cdot \frac{nH}{L};$$

відсіля

$$L = \frac{\varepsilon}{\lambda_n} \cdot \frac{nH}{v_д} \ldots\ldots\ldots\ldots (170)$$

Для принятого $v_\partial=0{,}004$ буде:

$$L=\frac{\varepsilon}{\lambda_n}\,\frac{nH}{0{,}004}\ \text{метр.},$$

або, при $n=1$, $L=250\dfrac{\varepsilon}{\lambda_n}\cdot H$ метр........................(171)

Приклад. Фундамент греблі, що підтримує натиск в 5 метрів, лежить на піску, поперечник зернят якого $d_{еф}=0{,}15$ мм.; шпарність цього піску $\lambda_0=38\%$; $\lambda_n=0{,}16$; коеф. відтоку $\varepsilon=0{,}0049$ м.^{3}/мин. Найти небезпечну довжину L, при якій і частинки з $d=0{,}01$ мм. не вимиваються.

По формулі (171) $L=250\cdot\dfrac{0{,}0049}{0{,}16}\cdot 5=\backsim 38$ метр.

Примітка. Необхідно відмітити, що й остання метода, і спосіб Bligh'а є тільки першим наближенням до находження довжини L.

Питання це потрібує дальшої як теоретичної, так і досвідної розробки.

Звернемося тепер до находження розміру фільтрування між фундаментом і непросочливим грунтом.

Коли середня глибина фільтруючого шару під фундаментом буде t, питомий відток для цього грунту ε, а спад $\dfrac{h_1-h_2}{L}=I$,

то відток на одиницю довжини греблі (рис. 29) буде:

$$q=\varepsilon t\,\frac{h_1-h_2}{L}\ \text{м}^3/\text{мин.}=\varepsilon\,\frac{tH}{L}\ \text{м.}^3/\text{мин}..........(172)$$

Проф. Forchheimer*) запропонував для цієї мети такий спосіб. Проведемо (після де-кількох спроб) між дном фундаменту, дном річки та непросочливим шаром ряд таких лічій, щоб вони творили взаємно ортогональну сітку квадратів, або простокутних чотирихкутників; одна категорія ліній буде виявляти напрямки струмінів, а друга — еквіпотенціяльних поверхней. Нехай кількість таких квадратів від підошви до твердого грунту буде m, а кількість квадратів в одному ряді від дна перед греблею

*) Ph. Forchheimer. Hydraulik. 1914. стор. 447—448.

до дна нижче греблі нехай є n; довжина боку квадрату нехай є рівна s. Тоді натиск H розподіляється на n квадратів, а гідравлічний спад, що приходиться на кожний квадрат, буде $i = \frac{H}{ns}$; відток q' по висоті одного квадрату, а по ширині, нормальній до рисунку, рівній одиниці, буде: $q' = \varepsilon s \frac{H}{ns} = \varepsilon \frac{H}{n}$; повний відток між дном та грунтом, себто через m квадратів, буде: $q = \varepsilon H \frac{m}{n}$ м.^{3}/мин. ....(173)

Остання формула була б ідентичною з формулою (172), коли б $\frac{t}{L} = \frac{m}{n}$; але для нашого прикладу $\frac{t}{L} = 0{,}252$, а $\frac{m}{n} = \frac{5}{29} = 0{,}172$, себто $\frac{L}{t} = 1{,}5 \frac{m}{n}$ і відток по Forchheimer'у в 1,5 рази менший, ніж по формулі (172).

При існуванні шпунтових рядів вище й нижче фундаменту лінія тиснення піде вже не по простій, а по ламаній.

На підставі формули $q = \varepsilon F \frac{h}{l}$ метр.^{3}/сек. можна написати:

$$h = \frac{l}{F} \cdot \frac{q}{\varepsilon} \text{ метр.} \qquad (174)$$

Коли відношення $\frac{l}{F}$ означити через φ, то $h = \varphi \frac{q}{\varepsilon}$ метр. (175)

де h в метрах, q — відток в м.^{3}/сек. на одиницю ширини фільтруючого шару, ε — в м.^{3}/сек.

Для шпунтових стінок Forchheimer найшов*), що коеф. φ міняється при зміні відношення $f : f_1$ (рис. 30) так, як показано нижче в таблиці N.

В цій таблиці коеф. φ є даний для випадку, коли ε в см.^{3}/сек. через кв. сант., а q — відток в см.^{3}/сек. при ширині фільтруючого шару в 1 см.; коеф. же φ' — для ε в м.^{3}/минуту через кв. метр, а q — в м.^{3}/минуту через ширину в 1 метр.

*) H. Gamann. Hydraulik, стор. 32

Таблиця № 17.
Значіння коефіцієнтів φ і φ'.

$f : f_1$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
φ	2,06	1,62	1,35	1,16	1,00	0,86	0,71	0,62	0,49	0,00
φ'	206	162	135	116	100	86	71	62	49	0

Приклад. Через шар грузу, загрубшки в 6 метрів (f_1=6 м.), який лежить на щільній глині, забито шпунтовий ряд, що не доходить до глини на 1,2 м. (f=1,2 м.); цей ряд витримує натиск води H=0,6 м. Питомий відток через даний груз ε=0,005 см.^{3}/сек. Найти об'єм води q, що профільтрується через поздовжній метр грузу за 24 години.

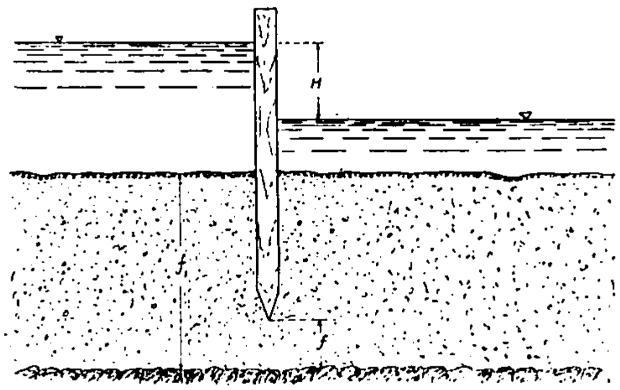

Рис. 30.

З формули (175) маємо:

$$q=\frac{\varepsilon h}{\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (176)$$

В нашім випадку $f : f_1$=1,2 : 6=0,2.
При цьому φ=1,62.

$$q=\frac{0{,}005\times 0{,}6}{1{,}62}\ \text{см.}^3/\text{сек.};$$

За добу пройде $Q'=86400q=\dfrac{86400\times 0{,}005\times 0{,}6}{1{,}62}=160$ см.^{3}, через 1 поздов. сантиметр.

Через ширину в 1 метр пройде:

$$Q=100Q'=100\times 160=16000 \text{ куб. сант.},$$

або $$Q=0{,}016 \text{ м.}^3/\text{доба}.$$

Присутність шпунтових рядів викликає над ними доземе зниження пієзометричної лінії, себто ріжницю висот у пієзометричних трубках, поставлених на рівні дна перед шпунтовою стінкою і безпосередньо нижче її (рис. 31).

Це вниження находимо з формули $h=\varphi\dfrac{Q}{\varepsilon}$.

Пієзометрична лінія почнеться на поверхні верхньої води в точці A, спаде до точки B, піде далі по нахиленій лінії до точки C і тут знову спаде до точки D.

Для того, щоб під нижнім шпунтом скорість фільтрування наближалася до нуля, треба, щоб точка D прийшлася на поверхні нижньої води; при цій умові з рис. 31 будемо мати:

$$H=h_1+h+h_2=4 \text{ метри}.$$

Згідно зі сказаним раніш, $h_1=\varphi_1\dfrac{Q}{\varepsilon}$; $h=\dfrac{l}{F}\dfrac{Q}{\varepsilon}$; $h_2=\varphi_2\dfrac{Q}{\varepsilon}$;

тому $$\left(\varphi_1+\frac{l}{F}+\varphi_2\right)\frac{Q}{\varepsilon}=4 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (177)$$

Для верхнього шпунтового ряду $\dfrac{f_1}{f}=\dfrac{1{,}8}{6.0}=0{,}3$, а тому з таблиці № 17 $\varphi=1{,}35$.

Довжину l на рисунку взято 12 метрів. Площа, через яку під фундаментом фільтрується вода, змінна, а саме: $1{,}8\times1$ кв. м.; 5×1 кв. м. і $2{,}4\times1$ кв. м. Пересічна площа $F=\dfrac{1{,}8+5{,}0+2{,}4}{3}=$ $=3{,}2$ м.^{2}. або після заокруглення, 3,0 м.^{2}; тому $\dfrac{l}{F}=\dfrac{12}{3}=4$.

Для нижнього шпунтового ряду $\dfrac{f_2}{f}=2{,}4:6{,}0=0{,}4$, тому $\varphi_2=1{,}16$.

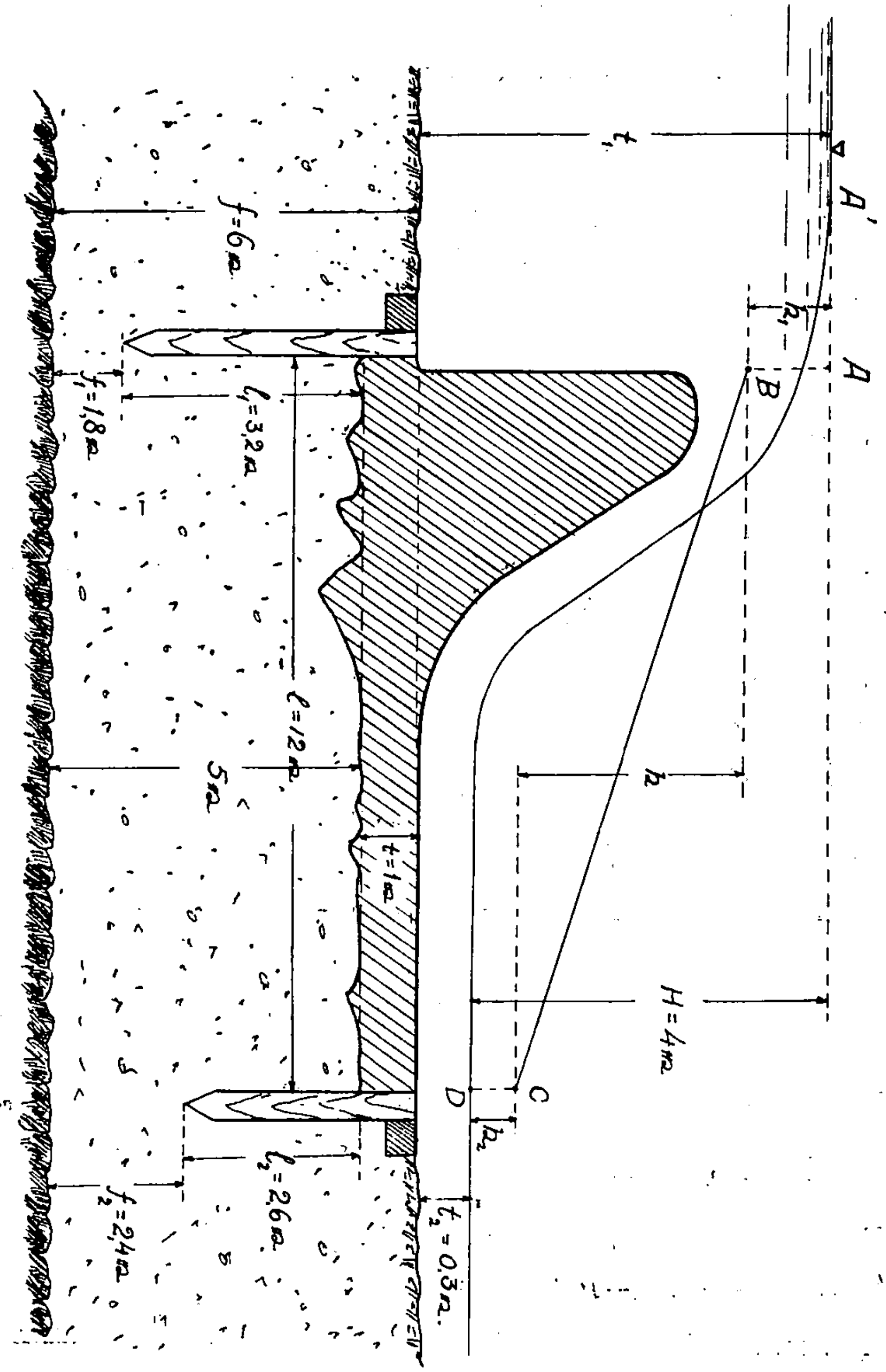

Рис. 31.

Таким чином, формула (177) прийме вигляд:

$$(1,35+4,00+1,16)\,\frac{Q}{\varepsilon}=4,$$

відкіля,

$$\frac{Q}{\varepsilon}=\frac{4}{6,51}=0,615.$$

Тепер:

$$h_1=1{,}35\times0{,}615=0{,}83 \text{ м.}$$
$$h=4\times0{,}615=2{,}46 \text{ м.}$$
$$h_2=1{,}16\times0{,}615=0{,}71 \text{ м.}$$

При цих умовах пієзометрична висота над дном фундаменту безпосередньо нижче шпунтів першого ряду буде: $t+t_1—h_1=$ $=1+4{,}30—0{,}83=4{,}47$ м.; пієзометрична висота перед нижнім рядом буде: $t+t_2+h_2=1+0{,}3+0{,}71=2{,}01$ м.

Середня висота тисненчя знизу бvде: $\dfrac{4{,}47+2{,}01}{2}=3{,}24$ м.

Тиснення на кв. метр дна буде:

$$A=3{,}24\times1000=3240 \text{ кілогр.}$$

Тиск на всій довжині фундаменту при ширині його в 1 метр буде:

$$P=Al=3240\times12=38880 \text{ кіл.}$$

Коли б скорість протікання води під фундаментом була більша від 0,5 мм./сек., то після Tolmann'a*) величину тиску P можна зменшити на 10%.

Перевіримо для нашого прикладу, чи можна силу P прийняти меншою, коли взяти, що $d=0{,}25$ мм.; $t°=16°C$; $\lambda_0=40\%$.

Для такого грунту з таблиць Slichter'a $\varepsilon=0{,}016$ м.³/мин.; $v_\phi=\varepsilon I$, у нас спад $I=\dfrac{4—h_1}{l}=\dfrac{4—0{,}83}{12}$; $v_\phi=\dfrac{0{,}016\times3{,}17}{12}$ м./мин.

Дійсна скорість $v_\partial=\dfrac{v_\phi}{\lambda_n}$; $\lambda_n=0{,}17$.

Отже, $v_\partial=\dfrac{0{,}016\times3{,}17}{12\times0{,}17}=\backsim0{,}025$ м./мин. $=0{,}42$ мм./сек. v_∂ вийшло $<0{,}5$ мм./сек., а тому зменшувати вираховану величину тиску не треба.

---

*) A. Klir i B. Tolman. «Stavitelství vodní», II běh; стор. 14.

ЛІТЕРАТУРА.

1) *H. Darcy*. Les fontaines publiques de la ville de Dijon. A. 1856.
2) *Dupuit*. Études théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux. 1863.
3) *Boussinesq*. Essais sur la théorie des eaux courantes. 1877.
4) *Maillet*. Essais d'hydraulique souterraine et fluviale. 1905.
5) *Versluys*. Le principe du mouvement des eaux souterraines. 1912.
6) Annales des travaux publics de Belgique. 1925.
7) Prof. *Jílek*. Hydraulika.
8) Prof. *Hlavinka*. Nauka o melioracích, úpravách toků a hrazení bystřin. ч. I, II, III. 1927.
9) Prof. *J. Zavadil*. Voda a její oběh v přírodě. 1925.
10) Inž. *O. Solnař*. Pohyb vody v půdě a působení drenáží. 1927.
11) *A. Klír i B. Tolmann*. Stavitelství vodní. II. běh.
12) *Глинка*. Почвоведение. 1915.
13) *Вильямс*. Общее земледелие. 1920.
14) *Костяков*. Основные элементы расчета осушительных систем.
15) *Костяков*. Основные элементы расчета оросительных систем — 1920.
16) Проф. *Ризенкампф*. Основы ирригации. 1925.
17) Проф. *Сурин*. Водоснабжение. 1927.
18) Инж. *Павловский*. Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями. 1922.
19) Известия научно-мелиорационного Института.
20) *Гольдгаммер*. Невидимый глазу мир.
21) *Оствальд*. Мир обойденных величин. Введение в коллоидную химию.
22) Проф. *Хвольсон*. Физика.
23) Проф. *Великанов*. Гидрология.
24) *A. Hazen*. The Filtration of Publ. Water-Supplies. 1895. New-York.
25) *Ch. Slichter*. Theoretical Investigation of the Mouvements of Ground-Water. Ann. Report of U. S. Geologic. Survey 1897, 1898, 1899.
26) *J. Justin*. The design of earth dams. Proceedings of the american society of civil engineers. 1923.
27) *Bligh*. The practical Desing of Irrigation Works. 1912.
28) *Parker*. The Control of Water. 1913.
29) *Bassel*. Earth Dams. 1907.
30) Prof. *Rożański*. Inżynierja rolna 1927. № 2.
31) Prof. *Radziszewski*. Wykład hydrauliki. 1927.

32) *Rühlmann.* Hydromechanik. 1880.
33) *H. Lamb.* Hydrodynamik. 1895.
34) *Ph. Forchheimer.* Hydraulik. 1914.
35) *Lüger.* Theorie der Bewegung des Grundwassers. 1883.
36) *E. Prinz.* Handbuch der Hydrologie. 1919.
37) *Weyrauch.* Die Wasserversorgung der Städte. 1914 i 1916.
38) *Weyrauch.* Die Wasserversorgung der Ortschaften. 1922.
39) *A. Friedrich.* Kulturtechnischer Wasserbau.
40) *B. Lunnert.* Neue Methoden zur Bestimmung der Durchlässigkeit wasserführenden Bodenschichten.
41) *Mezger.* Gesundheits-Ingenieur. 1906, 1908, 1920, 1921, 1924.
42) *Zunker.* Neue Einblicke in die Wasserführung des Bodens. Der Kulturtechniker. XXIX. Jahrg. 1926.
43) *Ehrenberg.* Die Bodenkolloide. 1918.
44) *Gamann H.* Hydraulik.
45) *Gamann H.* Kulturtechnische Baukunde.
46) *Gerhardt P.* Kulturtechnik. 1922.
47) *Janert.* Neue Methoden zur Bestimmung der wichtigsten physikalischen Grundkonstanten des Bodens. Landwirtschaftliche Jahrbücher. 1927.
48) *Krüger.* Kulturtechnischer Wasserbau.
49) *Terzaghi.* Erdbaumechanik auf Bodenphysikalischer Grundlage. 1925.
50) *G. Thiem.* Hydrologische Methoden. 1926.
51) *Brennecke-Lohmeyer.* Der Grundbau. 1927.
52) *J. Kozeny.* Über kapillare Leitung des Wassers im Boden. 1927.

ЗМІСТ

УКРАЇНСЬКИЙ ГРОМАДСЬКИЙ ВИДАВНИЧИЙ ФОНД

Адреса: Ukrajinskyj Hromadskyj Vydavnyčyj Fond,
PRAHA-VRŠOVICE, ul. Brožíkova 390, ČESKOSLOVENSKO.

1. С. РИНДИК — **Міцність матеріялів, курс високих технічних шкіл:** 364 ст. 8°. З додатком термінологічного словника та 214 рисунками. Ц. $ 3·00.
2. С. РУСОВА — **Теорія і практика дошкільного виховання.** 128 ст., Ц. $ 0·60.
3. Проф. Др. В. ЯНОВСЬКИЙ — **Сучасне лікування венеричних хороб,** з чеської мови перекл. Др. А. Гончаренко. 118 ст. Ц. $ 0·50.
4. Др. Ф. БУРІАН — **Пластична хірургія,** з 24 ілюстр., з чеської мови перекл. Др. А. Гончаренко. 32 ст. Ц. $ 0·30.
5. Проф. О. ШУЛЬГИН — **Нариси з нової історії Європи.** 220 ст. Ц. $ 1·00.
6. Др. А. ГОНЧАРЕНКО — **Загальна гігієна.** 204 ст. Ц. $ 1·00.
7. Проф. Ф. ЯКИМЕНКО — **Практичний курс науки гармонії в 2-х част.** підручник для шкіл ріжних типів. **З задачником.** 132 ст. Ц. $ 1·00.
8. М. ПАВЛІЧУК — **Коротка анатомія для студентів медицини.** З передмовою акад. А. Старкова. 116 ст. Ц. $ 0·75.
9. Проф. Д. АНТОНОВИЧ — **Триста років українського театру** (нарис історії українського театру). 276 ст Ц. $ 1·35.
10. Др. ЯКИМ ЯРЕМА — **Провідні ідеї філософії Т. Г. Масарика.** Ц. $ 0·30.
11. Проф. Є. ІВАНЕНКО — **Курс аналітичної геометрії.** 424 ст. Ц. $ 3·50.
12. Проф. Ф. ЩЕРБИНА — **Статистика — Історія статистики і статистичних установ.** 288 ст. Ц. $ 1·50.
13. К. МИХАЙЛЮК — **Молочарство.** Підручник для вищих сільсько-господарських шкіл. Ч. І. Молокознавство 164 ст. З 63 мал. Ц. $ 0·90.
14. Проф. М. ЧАЙКОВСЬКИЙ — **Алгебра.** курс середньої школи і для самонавчання. Кн. І. Ст. XII + 452. Ц. $ 3·70.
15. **Модерне українське мистецтво:** Вип. І: Проф. Д. Антонович — **Група Празької Студії.** Франц. і укр. текст з 32 репродукціями Ц. $ 0·90.
16. Проф. С. БОРОДАЄВСЬКИЙ — **Історія кооперації.** Ст. 448. Ц. $ 2·50.
17. М. РАШЕВСЬКИЙ — **Рафінація цукру, під редакцією і з додатками інж. Л. Фролова та з 30 мал. 224 ст.** Ц. $ 1·50.
18. ЮРІЙ ДАРАГАН — **Сагайдак.** Вірші. Ст. 64. Ц. $ 0·45.
19. Акад. А. СТАРКОВ — **Загальна біологія,** з малюнками. Ст. 184 Ц. $ 1·00
20. М. ГАЛАГАН — **Атомістично-молекулярна теорія.** З мал. Ст. 188. Ц. $ 1·35.
21. Проф. М. ЧАЙКОВСЬКИЙ — **Алгебра,** курс середньої школи і для самоосвіти. Кн. II. Стор. VIII+300. Ц. $ 2·50.
22. Проф. Д. ЩЕРБАКІВСЬКИЙ — **Українське мистецтво, т. II.** Старі церкви, надгробки й придорожні камені на Українськім Поділлю, Буковині та на Покутті. Стор. 40+64 стор. ілюстрацій. Ц. $ 2·—
23. Гр. ЧУПРИНКА — **Твори,** I. посмертне видання. Ст. XXIV+544. Ц. $ 2.10.
24. **Українське мистецтво:** В. СІЧИНСЬКИЙ — **Архітектура староквязівської доби** (X—XIII ст.) Стор. 50+24 стор. ілюстрацій. Ц. $ 1·50.
25. Др. В. ГАРМАШОВ — **Шкільна гігієна,** з малюнками. Ст. 144. $ 0·80.
26. Інж. Л. ФРОЛОВ — **Цукроварство,** в малюнками. Ст. 440. Ц. $ 3·—.
27. Акад. Проф. Др. Ст. СМАЛЬ-СТОЦЬКИЙ — **Розвиток поглядів про семю словянських мов і їх взаїмне спорідпення.** Ц. $ 0·65.
28. Проф. Л. БІЛЕЦЬКИЙ — **Основи української літературно-наукової критики.** Ст. 312. Ц. $ 1·90.
29. Проф. Хв. ВОВК — **Студії з української етнографії та антропології.** З мапами та малюнками в тексті (19 звич. і 4 кольор.) Ст. 356. Ц. $ 3·—
30. Проф. М. ТУГАН-БАРАНОВСЬКИЙ — **Політична економія.** Ст. 184. Ц. $ 1·—
31. Інж. Р. КАХНИКЕВИЧ, **Задачник до «Міцности матеріялів».** Ст. 160. Ц. $ 1·80.
32. Проф. Л. ГРАБИНА — **Геодезія. Частина перша, вип. І-ий і II-гий.** Ст. 600. 191 рис. й 44 таблиці та 3 мапи. Ц. І-го вип. $ 3·75 і 2-го $ 2·50.
33. Проф. Л. ГРАБИНА — **Короткий історичний нарис розвитку геодезичних вимірів.** Ст. 75. Рис. 28. Ц. $ 0·75.
34. Проф. І. ШОВГЕНІВ — **Гідравліка підземних вод.** Підручник для гідротехніків і меліораторів. 34 рис. й 17 таб. Стор. 115. Ц. $ 0.90.

Книгарям та при всякому більшому замовленні безпосередньо у Видавництві дається 40% знижки.