

69 φ

Ів. Андрущенко.

МАТЕМАТИКА.

(Практичні поради з арифметики та геометрії.)



Видання Ів. Андрущенко.
Київ — Відень.
1919.

Друковано 25.000 примірників.

Практична математика.

I. Система рахунку.

§ 1. Ми відрізняємо число, імя числове і цифру.

Число можливо тільки мислити, як н. пр. певне число вулиць, хат, людей і т. и.

Імя числове єсть назва числа; його можливо висловити і написати, як н. пр. п'ять.

Цифра єсть писана ознака числа, н. пр. 5.

Ми маємо лише дев'ять ознак цифер: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 і ознаку 0. За помічю цих десятих ознак можливо представити писано усі цілі числа.

При обчисленнях вживаються наступні ознаки: „+“, що є „додати“; „—“, що є „відняти“; „×“ (або „·“) значить „помножити“; „:“ значить „поділити“; „=“ значить „рівне“, „рівнається“, або „складає“.

§ 2. На означення чисел ми користуємося десятковою системою рахунку. Десять одиниць складають десяток, десять десятків — сотню, десять сотень — тисячу, десять тисяч — один десяток тисяч, десять десятків тисяч — сотню тисяч, десять сотень тисяч — мільйон.

Число 378024 має в собі: 4 одиниці, 2 десятки, 0 сотень, 8 тисяч, 7 десятків тисяч та 3 сотень тисяч.

Десять одиниць якого будь порядку складають одиницю найближчого вищого порядку.

Міліон \times міліон, с. т. 1000 000 000 000 зветься біліоном; міліон \times біліон, с. т. 1000 000 000 000 000 000 триліоном (1000 міліонів йменуються міліярдом).*)

§ 3. Аби прочитати велике число, його ділять зачинаючи від правиці на класи по шість цифер, ставлячи в перший раз одну крапку, у другий дві, в третій три крапки; потім кожду класу поділяють наполовину комою. Замість „.“ читають „міліон“, замість „:“ біліон“, замість „;“ „триліон“, а замість коми „тисяча“.

Число 3709465213467897765 ми поділимо ось як:

3 : 709,465:213.467.897.765 і перечеитаємо: 3 триліони, 709 тисяч 465 біліонів, 213 тисяч 467 міліонів, 897 тисяч 765.

Задачі: 1. Прочитати: а) 7903546; б) 5600457698;
в) 60340006879124382457.

Запитання: I. а) Скільки маємо ознак на числа?
б) Які ознаки вживаємо при рахунках?
Яке основне правило десяткової системи?

II. Чотири дії.

I. Додавання.

§ 4. Додати двоє, або кілька чисел, значить знайти нове число, яке щойно рівнається даним числам у купі. Числа, які треба додати, зветься додатниками. Число, яке маємо від додавання звется сумою.

При додаванні, додатники пишуться оден під другим: одиниці під одиницями, десятки під десятками і т. д.; перед

*) На означення чисел над міліон вживається инколи инча система: 1000 міліонів звуть біліоном (або міліярдом), 1000 біліонів — триліоном, 1000 триліонів-квадріліоном, 1000 квадратіліонів — квінтиліоном, 1000 квінтиліонів — секстіліоном і т. д.

останнім додатником ставимо знак „+“, потім провадимо рису і зачинаємо додавати від правиці, при чім ставимо одну цифру під рисою, а наступну залічуємо до найблищого вищого порядку.

Пр.: а) 70	б) 134	в) 3478	г) 84 крашанок
84	1	— 17692	— 123
69	469	21170	207 крашанок
62	402		
+ 34	+ 391		
—	—		
319	1397		

- Задачі: 2. Додати: а) $3798 + 4341$;
б) $3040 + 34 + 430 + 4300$;
в) $6842103597 + 3678 + 347$;
г) 18 дерев та 346 дерев.

§ 5. Абстрактні і предметні числа.

Коли означено, що саме ми лічимо, то число зветься предметним; в противнім разі — абстрактним.

Так ось: 3, 18, 376 і т. п. будуть абстрактні числа, а 3 крашанки, 18 яблук, 29 шагів, 423 сажнів і т. п. — предметні.

Додавати до себе можливо тільки абстрактні числа і предметні одної назви (напр. крашанки до крашанок яблука до яблук і т. п.).

2. Віднімання.

§ 6. Відняти одно число від другого, значить довідатись, скільки залишиться, коли ми від більшого числа віднімемо менше, або усталити, оскільки одне число більше над друге. Більше число, від котрого ми віднімаємо друге, зветься з меншенником, а те, що віднімаємо відемником; те що — вийде різницею, або остачою.

Дані числа пишуть одне попід другим, як при додаванню, перед відемником ставлять знак „—“, провадять рису і зачинають рахунок від правиці.

Пр.: а) $\begin{array}{r} 3789 \\ - 903 \\ \hline 2886 \end{array}$	б) $\begin{array}{r} 3471 \\ - 596 \\ \hline 2875 \end{array}$	в) $\begin{array}{r} 2798 \\ - 1609 \\ \hline 1189 \end{array}$	г) $\begin{array}{r} 16 \text{ полін} \\ - 9 \text{ „} \\ \hline 7 \text{ полін} \end{array}$
---	--	---	---

Задачі: 3. а) $3479 - 347$; б) $8645 - 7777$; в) $379 - 94$;
г) 64 чоловіка — 15 чоловіка.

3. Множення.

§ 7. Помножити одне число на друге, значить повторити перше число стільки разів, скільки у другому одиниць. Пр.: $7 \times 3 = 7 + 7 + 7 = 21$. Перше число звать множенником, друге множителем, а наслідок добутком.

Примітка: При переведенні множення і ділення треба знати таблицю множення.

а) Множення на звичайні одиниці.

Обидва числа ставлять одне під другим і перед другим ставлять знак „ \times “. Потім множать спочатку одиниці першого числа на друге і пишуть одержанні одиниці під рисою, а десятки додають до десятків, які одержують при множенні десятків і т. д.

Пр.: а) $\begin{array}{r} 378 \\ \times 6 \\ \hline 2268 \end{array}$	б) $\begin{array}{r} 4703 \\ \times 9 \\ \hline 42327 \end{array}$	в) $\begin{array}{r} 57031 \text{ карб.} \\ \times 7 \text{ „} \\ \hline 399217 \text{ карб.} \end{array}$
---	--	--

Примітка: Множитель завжди повинен бути абстрактним числом.

б) Множення на многоциферне число.

Обидва числа розкладаються, як в першій випадковій (а).

Множимо перше число на одиниці другого, потім на десятки і т. д., і складаємо одержані результати. При цьому однаково, чи будемо множити перше число на друге, чи друге на перше, напр. 24×18 , чи 18×24 ; тому обидва числа зуться також чинниками.

Пр.: а) 24 $\times 18$ <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 192 24 <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 432	б) 18 $\times 24$ <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 72 36 <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 432	в) 5701 $\times 26$ <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 34206 11402 <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 148226
---	---	--

Задачі: 4. а) 369042×7 ; б) 68134×14 ; в) 627×345 .

4. Ділення.

§ 8. Поділити одне число на друге, значить подробити перше число на стільки рівних частин, скільки у другім одиниць, або дізнатись, скільки разів одне число міститься в другім. Число, яке поділяють зветься ділеником, на яке поділяють — ділителем, а число що з'являється після ділення — часткою. Коли діленик міститься в ділителі ціле число разів кажуть, що ділення провадиться без остачі; в противнім випадкові одержується остача.

Пр.: а) $790345 : 7 = 112906$ (остача 3) або коротше

7 <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 9 7 <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 20 14 <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 63 63 <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 4 0 <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 45 42 <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 3	$790345 : 7 = 112906 (3)$ <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 20 <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 63 <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 45 <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 3
--	--

$$\begin{array}{r|l}
 \text{чи так: } 790345 & 7 \\
 \hline
 7 & 112906 \\
 \hline
 9 & \\
 7 & \\
 \hline
 20 & \\
 14 & \\
 \hline
 63 & \\
 63 & \\
 \hline
 4 & \\
 0 & \\
 \hline
 45 & \\
 42 & \\
 \hline
 3 &
 \end{array}$$

Примітка: При діленні без скорочень, кажемо в думці: $7:7=1$, і пишемо 1 в частці, далі $7 \times 1=7$, пишемо 7 ділеником; $9:7=1$, пишемо 1 в частці; $7 \times 1=7$, пишемо 7 під 9; 7 від $9=2$, пишемо 2 під рисою і зносимо нуль; $20:7=2$ і т. д.

При скороченні діленні окремих часток не пишемо під діленком, а відлічуємо їх в голові і пишемо тільки одержуємі остачі. Хто вміє швидко лічити, той мусить при звичаїтись до скороченого способу.

б) $9324546 : 24 = 388522$ (18); коротше:

$$\begin{array}{r}
 72 \\
 \hline
 212 \\
 192 \\
 \hline
 204 \\
 192 \\
 \hline
 125 \\
 120 \\
 \hline
 54 \\
 48 \\
 \hline
 66 \\
 48 \\
 \hline
 18
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 9324546 : 24 = 388522 \text{ (18)} \\
 \hline
 212 \\
 \hline
 204 \\
 \hline
 125 \\
 \hline
 54 \\
 \hline
 66 \\
 \hline
 18
 \end{array}$$

в) $610346798327 : 27 = 22605436975$ (2);

54

коротше:

70	610346798327 : 27 = 22605436973 (2)
54	70
163	163
162	146
146	117
135	99
117	188
108	263
99	202
81	137
188	2
162	
263	
243	
202	
189	
137	
135	
2	

Задачі: 5. а) $347 : 9$; б) $5787 : 9$; в) $360784 : 36$;
г) $3465 : 48$.

Запитання: 2, а) Які існують чотири дії? б) Які дві дії збільшають число? в) Які дві дії зменшають число? г) Яка дія протилежна додаванню? г) Яка дія протилежна множенню? х) Що то за абстрактні числа?

5. Повторення.

§ 9. а) $379 \times 8 = 3032$ б) $7345 - 789 = 8134$ в) $4734 - 890 = 3844$ г) $28336 : 12 = 6861$ (4)

103
73
16
4

- Задачі: б. а) $376 + 387 + 910 + 344$; б) $37984 - 4987$;
в) 376×16 ; г) $47980 : 16$;
г) $1346 + 789 - 1245 \times 12 : 15$;
д) $834 \times 576 - 345 \cdot 24 : 30$;
е) $24 + 8 - 45 \cdot 3 : 9$.

6. П р о в і р к а.

§ 10. Провірка додавання провадиться за помічу віднімання, а віднімання — за помічу додавання.

Пр.: а) 71253	б) 45760	в) 3476
+ 63428	— 37908	— 14590
-----	-----	-----
134681	7852	18066

Провірка:	Провірка:	Провірка:
134681	37908	18066
— 71253	+ 7852	— 3476
-----	-----	-----
63428	45760	14590

§ 11. Провірка множення провадиться шляхом ділення, а ділення — шляхом множення.

а) 345	б) $30855342 : 42 = 734651$
$\times 72$	<u>145</u>
-----	-----
690	195
2415	<u>273</u>
-----	-----
24840	214

Провірка:

$$24840 : 72 = 345$$

216

324
288

360
360

0

Провірка:

$$734651 \times 42$$

1469302

2938604

30855342

7. Рахування в думці.

§ 12. При рахуванні в думці часто не додержуються правил на папері; в більшості зачинають з вищих порядків і постійно повторюють окремі результати, наприклад при додаванні $4501 + 872 =$ чинять так: 4501 та $800 = 5301$ та $70 = 5371$ та $2 = 5373$.

8. Подільність чисел.

§ 13. Богато з чисел поділяється на деякі інші числа без остачі, наприклад, 4 поділяється на 2 , але не поділяється на 3 .

Число поділяється на 2 , коли остання цифра поділяється на 2 , або є 0 .

Число поділяється на 4 , коли останні 2 цифри поділяються на 4 , або суть 00 .

Число поділяється на 8 , коли останні 3 цифри поділяються на 8 , або суть 000 .

Число поділяється на 3 , коли сума цифер поділяється на 3 .

” ” ” 9 , ” ” ” ” ” 9 .

” ” ” 6 , ” воно поділяється на 2 і 3 .

” ” ” 12 , ” ” ” ” 4 ” 3 .

” ” ” 5 , ” остання цифра є 5 , або 0 .

Приклади: На $2: 238,560$; на $4: 728,3500$; на $8: 31512,617000$; на $3: 21756$ ($2 + 1 + 7 + 5 + 6 = 21$); на $9: 38952648$ ($3 + 8 + 9 + 5 + 2 + 6 + 4 + 8 = 45$); на $6: 136626$; на $12: 723264$; на $5: 7325,47800$.

Коли сума цифер числа при поділі на 3 , або на 9 дає остачу, то така сама остача буде і при поділі самого, числа. Напр. $34271167; 3 + 4 + 2 + 7 + 1 + 1 + 6 + 7 = 31$; при поділі на 3 остача 1 , при поділі на 9 остача 4 .

$$31 : 3 = 10 \text{ (1)}; 31 : 9 = 3 \text{ (4)}.$$

$$34271167 : 3 = 11423722 \text{ (1)}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 7 \\ \hline 11 \\ \hline 21 \\ \hline 6 \\ \hline 7 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$34271167 : 9 = 3807907 \text{ (4)}$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ \hline 71 \\ \hline 81 \\ \hline 67 \\ \hline 4 \end{array}$$

9. Про нуль (зеро).

§ 14. Нуль не складає числа, а ставиться лише для того, аби означати відсутність якого-будь порядку в данім числі; так 407 містить 7 одиниць, жадного десятку і 4 сотки.

Коли додати до числа нуль, то число від цього не збільшиться пр: $71 + 0 = 71$; $72 + 0 + 0 = 72$.

Коли відняти від числа нуль, число не зменшиться: $130 - 0 = 130$.

Коли множити яке-будь число на нуль або нуль на будь-яке число, то й буде все нуль. Пр.: $0 \times 0 = 0$; $0 \times 6 = 0$; $18 \times 0 = 0$.

Задачі: 7. На які числа поділяються: а) 64, б) 63, в) 8373, г) 77490, ґ) 60423048. Додати:

д) 874636	е) 12240999	є) 7073050
890314	17074408	6991449
890687	17104736	7001669
853877	16241431	6870352
857911	14503560	6583775
814463	16519611	6963711
806270	15965790	6940210
757193	14394320	5864070
744089	13693140	6793783
762292	16129514	6814986

ж) 97792080	з) 3842492	і) 62561524
122469207	3881399	91878734
119967745	3968937	94877753
119749416	3916286	92003398
86900088	3990565	80204076
128096149	3887505	98084158
128418920	3900033	95301328
114710880	3941420	88309920
109573818	3855694	79389300
124296601	3988267	106294633

і знайти для кожного гуртка чисел пересічне арифметичне (для цього треба суму даних чисел поділити на їх кількість.)

Запитання: 3. а) Яке місце в числі посідають мільйони? Десятки тисяч? Сотки мільйонів? б) Яке основне число в десятковій системі? в) Що то таке пересічне арифметичне?

III. Мірні (іменовані) числа.

I. Роздріб.

§ 15. За помічу роздробу перетворюють мірні числа вищого назвиська (пуди., аршини і т. д.) в числа нижчого назвиська (хунти, вершки і т. д.); для цього множать дане число на одиничне відношення. Одиничне відношення виказує, скільки одиниць нижчого назвиська міститься в одній одиниці вищого назвиська.

Пр.: а) 1 карб. = 100 . 1 = 100 коп. = 100 . 2 = 200 шагів;
б) 4 карб. 65 коп. = $(4 \times 100 + 65)$ коп. = 465 коп. = $465 . 2 = 930$ шагів; в) 3 верстви 327 сажнів 1 арш. = $(3 \times 500 + 327)$ саж. 1 арш. = 1827 саж 1 арш. = $(1827 . 3 + 1)$ арш. = 5482 арш.

2. Переобраз.

§ 16. За помічу переобразу заміняють числа нижчого назвиська на числа вищого назвиська, поділяючи на одиничне відношення.

Пр.: а) 864 золотн. = $864:96 = 9$ х; б) 527 саж. = $527:500 = 1$ верства 27 саж; в) 4000 золотн. = $4000:96 = 41$ х. 64 золотн. = $(41:40)$ х. 64 золотн. = 1 п. 1 х. 64 золотн.

Задачі: 8. Замінити: а) 8 фут, 4 цілі на цілі; б) 4 фути, 2 аршини, 5 аршин на цілі; в) 365 днів на хвилини та секунди; г) 7000 вершки на верстви, сажні, аршини та вершки; ґ) 256 гарців на чверті.

3. Рахунок часу.

§ 17. Рік поділяється на 12 місяців. У місяці 30, або 31 днів; лише в місяці лютім 28 день, а в переступнім році 29. Звичайний рік має 365 днів, а переступний 366. Звичайний рік складається з 52 тижнів і одного дня, а переступний з 52 тижнів і двох днів.

Переступні роки це ті, для яких число, означаюче рік, поділяється на 4; по грегор'янському літочисленню (новий стиль) з цього числа віднімаються роки, які означені повними сотками, коли число соток не поділяється на 4. Пр.: роки 1684, 1860, 2000 будуть переступними так по старому (юліянському) календареві, як і по грегор'янському; а 1900 рік — лише по юліянському.

При рахунках треба знайти або довгочасність, або початок, або кінець певного перемержку часу, напр. вік даної особи, час його народження, або смерті. При цьому в рахункові завжди беруть перемержок часу, що минув від Р. Хр. Напр. до 23. травня 1905 року минуло від Р. Хр. 1904 років і $31 + 28 + 31 + 30 + 23 = 143$ днів.

а) Довгочасність.

Треба відняти початковий мент від кінцевого. Шілер народився 10. листопаду 1759 року, а помер 9. травня 1805 року. Скільки часу він прожив?

$$\begin{array}{r} 1804 \text{ роки } 128 \text{ день} \\ - 1758 \text{ років } 313 \text{ „} \\ \hline 45 \text{ років } 181 \text{ день} \end{array}$$

б) Початковий мент.

Треба відняти довгочасність від кінцевого менту. Коперник помер 24. травня 1543 року, проживи 70 років і 94 дні. Коли він народився?

$$\begin{array}{r} 1542 \text{ роки } 143 \text{ дні} \\ - 70 \text{ років } 94 \text{ „} \\ \hline 1472 \text{ роки } 49 \text{ день} \end{array}$$

отже Коперник народився 19. лютого 1473 року.

в) Кінцевий мент.

Треба додати довчасність до початкового менту. Шевченко народився 25. лютого 1814. року і прожив 46 років і 1 день. Коли він помер?

$$\begin{array}{r} 1814 \text{ років } 55 \text{ день} \\ - 46 \text{ „ } 1 \text{ „} \\ \hline 1860 \text{ років } 56 \text{ день} \end{array}$$

с. т. 26. лютого 1860 року.

Задачі: 9. а) Скільки часу жив Гете? Він народився 28. серпня 1749, а помер 22. березня 1832 року; б) Коли народився Лютер? Він помер 18. лютого 1546 року, проживши 62 роки і 100 днів.

IV. Ріжні способи рахунків.

1. Додавання.

§ 18. Сума низки послідовних чисел, зачинаючи від 1, віднаходиться по формулі $\left(\frac{n+1}{2}\right) \cdot n$. Тут n означає найбільше число.

$$\text{а) } 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 = \left(\frac{16+1}{2}\right) \cdot 16 = \frac{17 \times 16}{2} = 136.$$

$$\text{б) } 20 + 21 + 22 + 23 + 24 + 25 + 26 + 27 + 28 + 29 \text{ складає } \left(\frac{29+1}{2}\right) \cdot 29 \text{ без } \left(\frac{19+1}{2}\right) \cdot 19 \text{ с. т. } \frac{30 \cdot 29}{2} - \frac{20 \cdot 19}{2} = 435 - 190 = 245.$$

§ 19. Сума низки чисел, утвореної за помічю по-
лідовного множення на 2, віднаходиться по формулі
(п. 2) — 1. І тут п є найбільше число.

$$а) 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 = 64 \cdot 2 - 1 = 127,$$

$$б) 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 = (512 \cdot 2 - 1) - (8 \cdot 2 - 1) = 1023 - 15 = 1008.$$

2. Множення на окремі множеники.

§ 20. Замість того, аби вираховувати, напр.: 164×72
звичайним способом, можливо розкласти зпочатку 72 на
множеники і множити 164 на них послідовно.

Множениками зветься числа, від перемноження котрих
одержується дане число, напр. $72 = 8 \cdot 9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$. Не
слід брати багато множеників, а треба вибирати їх так,
щоби було зручно вираховувати. В нашій прикладі
 $164 \cdot 8 = 1312$; $1312 \cdot 9 = 11808$. Ще приклад:

$$35578 \times 81 = 35578 \times 9 \cdot 9; \quad 35578 \cdot 9 = 311202;$$

$$311202 \cdot 9 = 2800818.$$

3. Поділ за помічю розкладу на множеники.

§ 21. а) $79424 : 64 = 79424 : (8 \cdot 8)$;

$$79424 : 8 = 9928; \quad 9928 : 8 = 1241;$$

$$\begin{array}{r} 79424 : 8 \\ \hline 74 \\ \hline 22 \\ \hline 64 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9928 : 8 \\ \hline 19 \\ \hline 32 \\ \hline 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

б) $634792 : 63 = 634792 : 7 \cdot 9$.

$$634792 : 7 = 90684 + \text{остача.}$$

$$\begin{array}{r} 634792 : 7 \\ \hline 47 \\ \hline 59 \\ \hline 32 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$90684 + \text{остача} : 9 = 10076 + \text{остача.}$$

$$\begin{array}{r} 90684 : 9 \\ \hline 68 \\ \hline 54 \end{array}$$

4. Множення.

§ 22. Коли потрібно помножити двоє двоциферних чисел, у котрих одиниці в сумі дають 10, а цифри десятків однакові, тоді множать десятки + 1 на десятки і одиниці на одиниці і пишуть одержані добутки оден за другим.

а) 76×84 ; $8 \times 7 = 56$; $6 \times 4 = 24$; стало 5624.

б) 81×89 ; $9 \times 8 = 72$; $1 \times 9 = 9$; „ 7269.*).

5. Провірка за помічю 9.

§ 23.

а)
$$\begin{array}{r} 37241 \\ + 478 \\ \hline 37719 \end{array}$$
 при поділі на 9 в остачі дає 8**)

$$\left. \begin{array}{l} \text{„ „ „ 9 „ „ 1} \\ \text{„ „ „ 9 „ „ 0} \end{array} \right\} = 9:9 \text{ в остачі } 0 \left. \begin{array}{l} \text{пев-} \\ \text{но} \end{array} \right\}$$

б)
$$\begin{array}{r} 4532 \\ + 734 \\ \hline 5266 \end{array}$$
 — в остачі 5

$$\left. \begin{array}{l} \text{„ „ 5} \\ \text{„ „ 1} \end{array} \right\} = 10:9 \text{ остача } 1 \left. \begin{array}{l} \text{певно} \\ \text{1} \end{array} \right\}$$

в)
$$\begin{array}{r} 67250 \\ - 8321 \\ \hline 58929 \end{array}$$
 — в остачі 2

$$\left. \begin{array}{l} \text{„ „ 5} \\ \text{„ „ 5} \end{array} \right\} 10:9 \text{ остача } 2 \left. \begin{array}{l} \text{певно} \\ \text{2} \end{array} \right\}$$

V. Десяткові дроби.

1. Означення.

§ 24. Кожда цифра в числі має певне місце: одиниці перше (від правого боку), десятки друге і т. д.; 456 містить 6 одиниць, 5 десятків, 4 сотки; в 4560 — одиниць немає, 6 десятків, 5 сотень, 4 тисячі, 45600 — немає одиниць і десятків, 6 сотень і т. д. Ми бачимо, що значіння кожної цифри при пересуванні її на одне місце вліворуч збільшається в десять разів: так ось 6 одиниць перетворюються в 6 десятків, або 60, 6 десятків в 6 сотень, або 600 і т. д.

*) Тут натомість десятків треба поставити 0.

***) Тому що $3 + 7 + 2 + 4 + 1 = 17 = 9 + 8$; $4 + 7 + 8 = 19 = 9 + 10$; $3 + 7 + 7 + 1 + 9 = 27 = 3 \cdot 9 + 0$. Дивись: § 13.

Противне станеться, коли ми зачнемо пересувати цифру вправоруч. Так в наступних прикладах значіння цифри 7 за кожним разом зменшується вдесятеро: 1237000, 123700, 12370, 1237.

Коли ми будемо пересувати цифру вправоруч, ставлючи лише для ясности кому після цифри, котра повинна означати одинці, то одержимо десяткові дроби. Так, з числа 1237 ми одержимо 123,7 с. т. 1 сотню, 2 десятки, 3 одиниці та 7 десятих. Далі одержимо 12,37 і 1,237, т. є 1 одиницю, 2 десятих, 3 сотих, та 7 тисячних. Цифри, що стоять ліворуч від коми, означають ціле число, а цифри праворуч від коми (після коми) дрібну частину (долі).

Дрібна частина завжди менша цілого числа. В 1,978767 оден (1) більше усеї дрібної частини. В десятковім дробі теж ставляться нулі, напр. 3,04; 3,405; 9,007 і т. д. Коли нема цілого числа, перед комою ставлять нуль, напр. 0,46.

§ 25. Треба читко відріжнати десятки від десятих, сотні від сотих, тисячі від тисячних і т. д. як це видко зі слідуєчих прикладів: 40,4, 400,04; 4000,004. Десяток в десятеро більший одиниці, а десята в десятеро менша одиниці; сотня в сто разів більша одиниці, сота в сто разів менша одиниці, і т. д.

Десятковий дріб звичайно читають як ціле число, додаючи перед цим слово „кома“ напр. 3,14 = три кома 14. Инколи (і то частійше) читають ось так: три цілих (та) 14 сотих.

Задачі: 10. Як прочитати: а) 3457; б) 34,57; в) 0,347; г) 3,047. Що уявляє собою цифра 3 в а), б), в), г).

2. Додавання.

§ 26. Десяткові дроби додаються як цілі числа. Треба тільки ставити однакові порядки оден під другим, кому під комою і т. д.

Пр.: а) 470,84	б) 407,06	в) 345,76 саж.
23,051	70,06	75,25 „
0,306	7,60	10,— „
+ 124,06	+ 0,76	+ 8,85 „
<hr/> 618,257	<hr/> 485,48	<hr/> 439,86 саж.

Задачі: 11. а) $0,5 + 30,4 + 75 + 3,64$; б) $678,87 + 100 + 8 + 3$; в) $7901,1 + 890,85 + 34,43 + 6 + 18$; г) $75,5 + 60 + 7,5$.

3. Віднімання.

§ 27. Десяткові дроби віднімаються, як цілі числа. Пам'ятайтеж, що однакові порядки ставляються завжди оден під другим.

Пр.: а) 780,85	б) 36,84	в) 8,76305
— 93,04	— 29,09	— 0,5
<hr/> 687,81	<hr/> 7,75	<hr/> 8,26305

г) 3,25	г) 5,05 саж.
— 1,78231	— 0,55 „
<hr/> 1,46769	<hr/> 4,5 саж.

Задачі: 12. а) $86,04 - 34,5$; б) $86,04 + 34,05$;
в) $3 - 0,3$; г) $3 + 0,3$; г) $15,25 + 30,05 - 42,8$.

4. Множення.

1. МНОЖЕННЯ ДЕСЯТКОВИХ ДРОБІВ НА ЦІЛІ ЧИСЛА.

а) На рядкову одиницю.

§ 28. Коли десятковий дріб треба помножити на 10, 100, 1000 і т. д, то кома пересувається на стільки місць управо, скільки нулів у множеникові.

Часто при цьому дріб перетворюється в ціле число, тоді кома касується. Інколи з правого боку доводиться ще дописувати нулі.

Пр.: а) $45,67 \times 10 = 456,7$; б) $45,67 \times 100 = 4567$;
в) $45,67 \times 1000 = 45670$; г) $814,067 \times 100 = 81406,7$;
г) $36,75 \text{ саж.} \times 10 = 367,5 \text{ саж.}$

б) На одноциферне число.

§ 29. Коли десятковий дріб потрібно помножити на одноциферне число, тоді дія переводиться так само, як і для цілих чисел. Кома залишається на старім місці, т. є. в добуткові відділяють комою від права стільки саме місць, скільки їх є в множеникові.

Пр.: а) $3690,14 \times 7 = 25830,98$; б) $6,07 \times 8 = 48,56$;
в) $0,75 \times 5 = 3,75$.

в) На многократъ порядкової одиниці.

§ 30. Коли треба помножити яке будь число на многократъ 10, 100, 1000 і т. д. то його помножують зпочатку на значучу цифру, а потім пересувають кому на стільки місць до правиці, скільки є нулів за значучою цифрою.

Пр.: а) $57,64 \times 20 = 1152,8$; б) $75,84 \times 500 = 37920$;
в) $350,65 \times 70 = 24545,5$.

г) На многоциферне число без нулів з правого боку.

§ 31. Десятковий дріб помножують на многоциферне число, в якому з правого боку нема нулів, як ціле число; кома залишається на своїм місці.

Пр.: а) $76,98$ $\times 31$ <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> $76\ 98$ $2309\ 4$ <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> $2386,38$	б) $650,015$ $\times 273$ <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> $1950\ 135$ $45503\ 15$ <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> $130009\ 0$ <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> $177462,285$	в) $7,64$ $\times 103$ <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> $229\ 2$ 000 <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> 764 <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> $786,92$
--	---	---

г) На многоциферне число з нулями праворуч.

§ 32. Коли в числі, на котре треба помножити десятковий дріб, праворуч стоять нулі, а перед ними кілька значучих цифер, тоді помножують його на значучі цифри і потім переносять кому праворуч на стільки місць, скільки у множителі праворуч нулів.

Пр.: а) $0,734$ $\times 1800$ <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> $5\ 872$ $7\ 34$ <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> $1321,2$	б) $0,45$ або коротше $0,45$ $\times 3040$ <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> 000 180 <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> 000 135 <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> $1368,00$	$0,45$ $\times 3040$ <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> 18 135 <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> 1368
---	--	--

Задачі: 13. а) $7,18 \times 100$; б) $84,05 \times 4$; в) $70,07 \times 60$;
 г) $0,875 \times 35$; і) $35,67 \times 27$.

2. МНОЖЕННЯ ДЕСЯТКОВИХ ДРОВІВ НА ДЕСЯТКОВІ ДРОБИ.

§ 33. Два десяткові дробы перемножуються, як цілі числа; в добуткові праворуч відділяється комою стільки цифер, скільки їх відділено в обох множителях разом.

Пр.: а) 76,08	б) 80,75	в) 8,75	г) 71,3
$\times 3,5$	$\times 0,7$	$\times 45,6$	$\times 3,04$
38040	56,525	5250	2852
22824		4375	2139
266,280		3500	216,752
або 266,28		399,000	
	або 399		

Задачі: 14. а) $66,4 \times 0,5$; б) $304,5 \times 0,56$; в) $3,5 \times 8,7$;
г) $3,4 \times 0,4$.

5. Ділення.

1. ДІЛЕННЯ ДЕСЯТКОВИХ ДРОБІВ НА ЦІЛІ ЧИСЛА.

§ 34. Ділення переводиться як з цілими числами, тільки раніш ніж зносити першу цифру після коми, в частці ставлять кому.

Пр.: $8769,248 : 16 = 548,078$;

80	
76	
64	
129	
128	
124	
112	
128	
128	
0	

коротше: $8769,248 : 16 = 548,078$

76	
129	
124	
128	
0	

§ 35. Коли при такому діленні буває остача, то до неї приписують нуль і провадять ділення як і ранійш.

Пр.: $34,57 : 6 = 5,7616\dots$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \hline 37 \\ \hline 10 \\ \hline 40 \end{array}$$

Коли ділення спиняють ранійш, ніж в остачі остане нуль, то після частки ставлять „.....“ (крапки).

§ 36. Колиж ділення провадити далі й далі, то виявиться, що як тільки остача не обернеться в нуль, то в частці знову з'явиться одна з цифер, що вже була при діленні остачі. Після цього усі цифри частки зачнуть повторюватись в однім і тим же ладу; в цей спосіб одержимо періодичний дріб; сполучення цифер, які повторюються, зветься періодом дробу.

Пр.: а) $11 : 7 = 1,57142857\dots$

$$\begin{array}{r} 40 \\ \hline 50 \\ \hline 10 \\ \hline 30 \\ \hline 20 \\ \hline 60 \\ \hline 40 \\ \hline 50 \end{array}$$

б) $73,43 : 9 = 8,1588\dots$ або $= 8,15(8)$

В першій випадкові періодом єсть 571428, у другім — 8.

2. ДІЛЕННЯ ДЕСЯТКОВИХ ДРОБІВ НА ДЕСЯТКОВІ ДРОБИ.

Пр.: а) $2,4 : 1,2 = 24 : 12 = 2;$

б) $120,24 : 0,12 = 12024 : 12 = 1002;$

Запитання: 4. а) Що таке подроблювання? б) Що таке переобраз? в) Скільки тижнів і днів в році? г) На скільки днів тижня пересуваються з кожним роком непереходячі роки, т. є. такі, що завжди припадають на одне й теж число? г) Що таке множителі якого будь числа? д) Де ставлять кому у десятковім дробі? е) Яка різниця між 4 десятками і 4 десятими?

VI. Звичайні дроби.

1. Загальні поняття.

§ 39. Десяткові дроби складаються з десятих, сотих, тисячних і т. п. частин одиниці.

Всякі інші долі одиниці утворюють звичайні дроби. Пр.: 0,4 означає те, що одиницю поділено на 10 рівних частин і взято 4 таких частин. 3,25 — взято 3 цілих одиниць, 2 десятих і 5 сотих.

0,4 можливо написати ще так: $\frac{4}{10}$. 3,25 можливо написати $3 \frac{25}{100} =$ або $3 \frac{25}{100}$. При цім замість коми ставлять рису. В цім випадкові вже не ставлять нуля перед дробом, коли нема цілої частини.

За помічу такого означення, з десяткового дробу ми одержали звичайний.

В звичайнім дробі є чисельник та знаменик. Чисельник ставлять над рисою, а знаменик — під рисою.

§ 40. $\frac{3}{4}$ означає те, що одиниця поділена на 4 частини і таких частин взято 3, або, що 3 одиниці поділені на 4 частини і узята одна така частина.

Коли чисельник менший знаменика, тоді дріб — менший одиниці і зветься правильним дробом, напр.

$\frac{3}{4}$, $\frac{7}{9}$ і т. д. Коли чисельник більший від знаменика, то дріб — більший одиниці і зветься неправильним дробом, напр. $\frac{4}{3}$, $\frac{9}{8}$ і т. д.

Неправильний дріб може бути означений як ціле число з дробом (мішане число). Для цього треба поділити чисельника на знаменника.

Пр.: а) $\frac{7}{3} = 7 : 3 = 2\frac{1}{3}$; б) $\frac{21}{7} = \frac{21}{7} = 21 : 7 = 3$;
в) $\frac{135}{9} = 135 : 9 = 15$; г) $\frac{247}{8} = 247 : 8 = 30\frac{7}{8}$.

Коли чисельник поділяється на знаменника, одержується ціле число, в противнім разі ціле число з дробом.

§ 41. Усякий десятковий дріб можна замінити на звичайний. Для цього треба тільки написати в чисельникові цифри, що стоять позаду коми, а в знаменикові 1 зі стількома нулями, скільки після коми десяткових знаків.

Пр.: а) $0,7 = \frac{7}{10} = \frac{7}{10}$; б) $3,45 = 3\frac{45}{100}$; в) $14,04 = 14\frac{4}{100}$;
г) $0,004 = \frac{4}{1000}$.

§ 42. Звичайний дріб можливо теж перетворить в десятковий, але не завжди точно. Для цього треба чисельника поділити на знаменника.

Пр.: а) $\frac{8}{25} = \frac{8 : 25 = 0,32$; б) $\frac{72}{5} = \frac{72 : 5 = 14,4$;

80	22
—	—
50	20
—	—
0	0

в) $\frac{41}{7} = 41 : 7 = 5,8571428 \dots$

60
—
40
—
50
—
10
—
30
—
20
—
60
.
.
.
.

§ 43. Усякий дріб можливо висловити більшими числами, не змінюючи його величини. Для цього слід помножити його чисельника і знаменника на одне й те-ж число; так, $\frac{3}{7}$ за поміччю множення чисельника і знаменника на 5, 4, 7, 8, 11 можливо означити в такий спосіб: $\frac{16}{35}$, $\frac{12}{28}$, $\frac{21}{49}$, $\frac{24}{56}$, $\frac{33}{77}$.

§ 44. Деякі звичайні дроби можливо скоротити, т. є. означити меншими числами. Для цього чисельника і знаменника поділяють на одне і те ж число. Пр.: а) $\frac{48}{96} = \frac{24}{48} = \frac{12}{24} = \frac{8}{16} = \frac{6}{12} = \frac{4}{8} = \frac{3}{6}$; б) $\frac{12}{30} = \frac{6}{15} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

Задачі: 16. Перетворити в звичайні дроби: а) 3,4; б) 0,75; в) 18,1; г) 2,023; і) 3,203. Помножити на 3, 7, 11, 8 чисельників і знаменників дробів д) $\frac{1}{2}$; е) $\frac{3}{8}$; є) $\frac{1}{4}$. Скоротити: ж) $\frac{21}{24}$; з) $\frac{45}{60}$. Перетворити в мішані числа: і) $\frac{734}{8}$; й) $\frac{83}{9}$.

2. Додавання і віднімання.

§ 45. Мусимо відрізнити, чи дроби, з котрими провадиться дія, мають одного й тогож знаменника, чи ні. В випадкові одноімених дробів, т. є. маючих одного і того-ж знаменника, додають чи віднімають чисельників і підписують попереднього знаменника. Пр.: а) $\frac{8}{24} + \frac{10}{24} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$; б) $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$; в) $14\frac{11}{25} - 3\frac{5}{25} = 11\frac{6}{25}$; г) $18\frac{3}{7} - 11\frac{6}{7} = 6\frac{4}{7}$.

У прикладі г) ми віднімаємо від 18 одну одиницю ($\frac{7}{7}$) і одержуємо $(\frac{7}{7} + \frac{3}{7}) - \frac{6}{7} = \frac{10}{7} - \frac{6}{7} = \frac{4}{7}$.

§ 46. Спільний знаменник. Дроби з ріжними знаменниками до додавання повинні бути приведені до спільного знаменника.

Спільний знаменник віднаходиться таким чином: Пишуть поруч себе усі знаменники даних дробів, потім викреслюють ті знаменники, котрі ціле число разів містяться в инчих знаменниках, а всіх останніх знаменників, що мають спільних множителів, скорочують на цих множителів, виписуючи

останні окремо, і потім перемножують усі залишені числа і списані множителі.

Припустімо, що треба додати $8\frac{7}{12} + \frac{5}{6} + 1\frac{7}{15} + \frac{9}{20} + 3\frac{17}{21} + \frac{3}{7}$.

Передусім одкидаємо знаменника 6, який міститься ціле число разів у 12. Залишиться 12, 15, 20, 21, 7. Скорочуємо 12, 15 і 21 на 3 і списуємо 3; остало 4, 5, 20, 7, 7; потім скорочуємо 7 з 7ма, 4 і 5 з 20ма і перемножуємо списаних множителів $3 \times 7 \times 4 \times 5 = 420$. Отже спільний знаменник буде 420.

Далі обчислюємо:

	420	Пояснення:
$8\frac{7}{12}$	245	$(420:12) \times 7 = 245$; $(420:6) \times 5 = 350$;
$\frac{5}{6}$	350	$(420:15) \times 7 = 196$; $(420:20) \times 9 = 189$;
$1\frac{7}{15}$	196	$(420:21) \times 17 = 340$; $(420:7) \times 3 = 180$;
$\frac{9}{20}$	189	Цілі складають: $8 + 1 + 3 = 12$.
$3\frac{17}{21}$	340	
$\frac{3}{7}$	180	

$$\frac{1500}{420} = 3\frac{240}{420} = 3\frac{24}{42} = 3\frac{8}{14} = 3\frac{4}{7}.$$

Додаючи сюди 12, яке одержуємо із додавання від складання цілих, маємо $15\frac{4}{7}$.

Задачі: 17. а) $3\frac{4}{5} + 4\frac{2}{5}$; б) $3\frac{3}{7} + \frac{4}{7}$; в) $42\frac{7}{8} + \frac{3}{4}$, ($\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$); г) $2\frac{3}{4} + \frac{7}{9} + \frac{3}{7} = 1\frac{4}{6}$.

§ 47. Потрібно відняти $7\frac{8}{15}$ від $9\frac{3}{10}$. Позаяк 15 і 10 поділяються на 5 і дають в частці 3 і 2, то спільний знаменник буде $5 \times 3 \times 2 = 30$.

Далі, $(30:15) \times 8 = 16$, $(30:10) \times 3 = 9$, $9\frac{3}{10} - 7\frac{8}{15} = 9\frac{9}{30} - 7\frac{16}{30}$. Позичаємо від 9 одиницю; одержуємо $(\frac{30}{30} + \frac{9}{30}) - \frac{16}{30} = \frac{39}{30} - \frac{16}{30} = \frac{23}{30}$, та $8 - 7 = 1$, отже $9\frac{3}{10} - 7\frac{8}{15} = 1\frac{23}{30}$.

Задачі: 18. а) $\frac{3}{8} - \frac{2}{8}$; б) $\frac{1}{12} - \frac{1}{6}$; в) $2\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$; г) $\frac{3}{7} - \frac{3}{28}$; д) $2\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$; е) $9\frac{1}{3} - 3\frac{1}{4}$; ж) $9\frac{1}{2} - \frac{6}{7}$.

3. Множення.

а) МНОЖЕННЯ ДРОБУ НА ЦІЛЕ ЧИСЛО.

§ 48. Аби помножити дріб на ціле число, треба поділити знаменника, на це число, чи помножити на нього чисельника; дійсно, коли ми поділюємо знаменника, то маємо більш значні частини ($\frac{3}{8} \times 2 = \frac{3}{4}$), коли же помножимо чисельника, набуваємо більше число частин $\frac{3}{8} \times 2 = \frac{6}{8}$. Обидва вирази рівні між собою, як висновок з § 43.

• Поділяючи знаменника, одержуємо дріб, означений меншими числами. Тому, що з дрібнішими числами зручніше обчислювати, ніж з більшими, то частіше множать дріб на ціле число за поміччю ділення знаменника, коли цей поділяється на множителя.

Пр.: а) $\frac{8}{14} \times 7 = \frac{8}{12}$; б) $\frac{7}{36} \times 12 = \frac{7}{3}$; в) $\frac{13}{72} \times 24 = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$.

§ 49. Коли знаменник дробу не поділяється на множителя, то для множення дробу на ціле число помножують його чисельника.

Пр.: а) $\frac{3}{8} \cdot 7 = \frac{21}{8} = 2\frac{5}{8}$; б) $\frac{5}{26} \cdot 9 = \frac{45}{26} = 1\frac{19}{26}$;
в) $\frac{11}{12} \cdot 11 = \frac{121}{12} = 10\frac{1}{12}$.

Задачі: 19. а) $\frac{33}{48} \cdot 6$; б) $\frac{7}{64} \cdot 16$; в) $\frac{21}{8} \cdot 7$; г) $\frac{3}{7} \cdot 4$.

б) МНОЖЕННЯ ДРОБУ НА ДРІБ.

§ 50. Аби помножити дріб на дріб, треба перемножити чисельника з чисельником і знаменника зі знаменником.

Пр. а) $\frac{3}{4} \times \frac{3}{7} = \frac{9}{28}$; б) $\frac{7}{8} \times \frac{6}{7} = \frac{42}{56} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$;
в) $\frac{9}{10} \times \frac{5}{12} = \frac{45}{120} = \frac{3}{8}$; г) $\frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$.

§ 51. При множенні мішаних чисел завжди можливо, і в більшості зручніше, з початку замінити їх на неправильні дроби.

Пр.: а) $1\frac{2}{3} \cdot 12 = \frac{5}{3} \cdot 12 = \frac{60}{3} = 20$; б) $4\frac{1}{2} \cdot 7\frac{1}{3} = \frac{9}{2} \cdot \frac{22}{3} = \frac{198}{6} = 33$; в) $2\frac{3}{4} \cdot 6\frac{2}{3} = \frac{11}{4} \cdot \frac{20}{3} = \frac{220}{12} = 18\frac{4}{12} = 18\frac{1}{3}$.

Задачі: 20. а) $\frac{7}{8} \cdot \frac{8}{7}$; б) $\frac{5}{5} \cdot \frac{5}{3}$; в) $\frac{3}{11} \cdot \frac{6}{13}$; г) $\frac{3}{4} \cdot 4$;
г) $2\frac{3}{4} \cdot 4$; д) $1\frac{1}{2} \cdot 2\frac{3}{4}$; е) $12\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{2}$.

4. Ділення.

а) ДІЛЕННЯ ДРОБУ НА ЦІЛЕ ЧИСЛО.

§ 52. Аби поділити дріб на ціле число, поділяють на нього чисельника, або помножують знаменника. Тут віддають перевагу діленню, коли чисельник поділяється на дільителя.

Пр.: а) $\frac{3}{4} : 3 = \frac{1}{4}$; б) $\frac{66}{80} : 11 = \frac{6}{80} = \frac{3}{40}$; в) $25\frac{5}{7} : 12 = \frac{180}{7} : 12 = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$.

§ 53. Колиж чисельник не поділяється на дільителя, доводиться тоді помножувати знаменника.

Пр.: а) $\frac{7}{8} : 4 = \frac{7}{32}$; б) $1\frac{3}{7} : 12 = \frac{10}{84} = \frac{5}{42}$; в) $2\frac{1}{3} : 6 = \frac{7}{3} : 6 = \frac{7}{18}$.

Задачі: 21. а) $\frac{4}{7} : 4$; б) $2\frac{3}{11} : 5$; в) $1\frac{1}{3} : 4$; г) $\frac{6}{7} : 7$;
е) $1\frac{2}{3} : 4$.

б) ДІЛЕННЯ ДРОБУ НА ДРІБ.

§ 54. Аби поділити дріб на дріб, треба обернути дільителя (с. т. поставити чисельника в місце знаменника і навспак) і перемножити два одержані дроби.

Пр.: а) $\frac{3}{4} : \frac{4}{7} = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{4} = \frac{21}{16} = 1\frac{5}{16}$; б) $\frac{7}{3} : \frac{1}{2} = \frac{7}{3} \cdot \frac{2}{1} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$.

Задачі: 22. а) $\frac{4}{5} : \frac{3}{4}$; б) $1\frac{1}{3} : \frac{2}{5}$; в) $2\frac{1}{4} : 1\frac{3}{4}$; г) $\frac{7}{8} : \frac{8}{7}$.

§ 55. Повторення.

а) 78,45 саж.

+ 34,50 „

112,95 саж.

в) 34,65 крб.

× 12 „

415,80 крб.

б) 378,5 саж.

— 99,54 „

278,96 саж.

г) 7,034

× 345

35 170

281 36

2110 2

2426,730

$$\begin{array}{r} \text{г) } 71,25 \\ \times 35 \\ \hline 35625 \\ 21375 \\ \hline 249,375 \end{array}$$

$$\text{д) } 72,4 : 1,5 = 724 : 15 = 48,266\dots = 48,2(6)$$

$$\begin{array}{r} 124 \\ \hline 40 \\ \hline 100 \\ \hline 100 \\ \hline \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{array}$$

$$\text{е) } \frac{9}{33} = 9 : 33 = 0,272\dots$$

$$\begin{array}{r} 90 \\ \hline 240 \\ \hline 90 \\ \hline \cdot \\ \cdot \end{array}$$

$$\text{є) } 3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} = 5\frac{3}{4}; \text{ ж) } 3\frac{1}{8} - 1\frac{1}{4} = 2\frac{7}{8}; \text{ з) } \frac{7}{8} : 16 = \frac{7}{128}; \text{ и) } \frac{3}{4} : 7 = \frac{3}{28}; \text{ й) } \frac{3}{4} : \frac{5}{6} = \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10} = 0,9.$$

Запитання: 5. а) Що таке правильний дріб? б) Як перетворити звичайний дріб в десятковий? в) За для чого доводиться знаходити спільного знаменника? г) Як помножити дріб на ціле число? ґ) Як помножити дріб на дріб? д) Як поділити дріб на дріб?

УЩ. Одчислення вартости.

Аби дізнатись про вартість чого-будь, треба помножити ціну одиниці ваги, міри, або лічби (пуда, аршина, тузину) на кількісь куплених одиниць.

а) 1 аршин оксамиту коштує 4 крб. Скільки коштують 9 арш.? $4 \text{ крб.} \times 9 = 36 \text{ карб.}$

б) 1 хунт товару коштує 1 крб. 50 к. Скільки коштують 16 хунтів? $1,5 \text{ карб.} \times 16 = 24 \text{ крб.}$

в) Десяток яєць коштує 16 копійок. Скільки коштують 17 десятків? $16 \text{ к.} \times 17 = 2 \text{ крб. } 72 \text{ коп.}$

§ 57. Приклади з десятковими дробами:

а) 1 аршин сукна коштує 3,75 крб. Скільки коштують 7,25 арш.?

$$\begin{array}{r} 3,75 \\ \times 7,25 \\ \hline 1875 \\ 750 \\ 2625 \\ \hline 27,1875 = 27 \text{ крб. } 19 \text{ к.} \end{array}$$

б) 1 хунт мішанини коштує 1,17 крб. Скільки коштують 25,54 х.? Тут зручніше помножувати 25,64 на 1,17:

$$\begin{array}{r} 25,64 \\ \times 1,17 \\ \hline 17948 \\ 2564 \\ 2564 \\ \hline 29,9988 \text{ крб.} = 30 \text{ крб.} \end{array}$$

§ 58. Приклади зі звичайними дробами:

а) Тузин олівців коштує 2,25 крб. Скільки коштують $8\frac{3}{4}$ тузинів?

$$2\frac{1}{4} \times 8\frac{3}{4} = \frac{9}{4} \cdot \frac{35}{4} = \frac{315}{16} = 315 : 16 = 19,68 \text{ крб.}$$

$$\begin{array}{r} 155 \\ \hline 110 \\ \hline 140 \end{array}$$

б) 1 хунт коштує 3,35 крб. Скільки коштують $12\frac{1}{2}$ хун.?

$$3,35 \times 12\frac{1}{2} = \frac{67}{20} \cdot \frac{49}{4} = \frac{3283}{80} = 3283 : 80 = 41,03 \text{ крб.}$$

$$\begin{array}{r} 83 \\ \hline 300 \end{array}$$

Задачі: 23. а) 1 арш. коштує 3 карб. Скільки коштують 14 арш.? б) 1 хунт коштує 2,25 крб. Скільки коштують 17,35 хунт.? в) Скільки коштують $8\frac{1}{5}$ хунт., коли 1 хунт коштує 2,25 карб.?

VIII. Пропорціональні величини.

§ 59. До цього часу постійно було дано двоє чисел і потрібно було знайти, третє. Навіть при додаванні кількох чисел ми завжди додавали зпочатку двоє чисел і потім до одержаного числа додавали наступне. Але трапляються випадки, коли по даним тром числам потрібно знайти четверте. Тоді вживаються пропорціональні величини.

Пр.: а) $\frac{1}{4}$ аршина кармазину коштує 1,60 крб. Скільки коштують 7,25 арш.?

Провадимо поземну рису і кажемо: $\frac{1}{4}$ арш. коштують $\frac{1}{4}$ ціни цілого аршина, отже 1 арш. коштуватиме вчетверо дорожче; ставимо 4 над рисою; 1,60 крб. = $\frac{160}{100}$ крб., отже ставимо 160 понад рисою і 100 під рисою. Також ставимо 725 і 100, бо $7,25 = \frac{725}{100}$.

$$\frac{4 \cdot 160 \cdot 725}{100 \cdot 100}$$

§ 60. Аби одержати вислід, нам залишається перемножити окремо числа, стоячі над рисою і числа під рисою і поділити оден добуток на другий; маємо $464000 : 10000 = 46,4$.

Але звичайно роблять не так; з початку замінюють цей складний дріб у звичайний, скорочуючи на однакових множителів згори і звизу. Передовсім, можливо закреслити у горі і долі по нулю, т. є. поділити чиселкнила і знаменника на 10. Числа 100 і 725 поділяються на 25; ставимо на їх місце 4 і 29; 4 долі касуємо з 4 нагорі. 16 і 10 скорочуються на 2; маємо 8 і 5. В решті решт залишається

$$\frac{8 \cdot 29}{5} = \frac{232}{5} = 46,4. \text{ (7,25 арш. кармазину коштує 46,4 крб.)}$$

§ 61. Скільки коштують $3\frac{1}{3}$ хунта, коли $7\frac{1}{5}$ хунта коштують 5,45 карб. Коли $\frac{36}{5}$ хунта коштує дану суму, то $\frac{5}{5} = 1$ хунт коштує в $\frac{36}{5}$ разів менше; пишемо 36 під рисою і 5 на рисою. Потім ставимо вартість одного хунта $\frac{545}{100} \cdot \frac{10}{3}$ хунта коштують в $\frac{10}{3}$ разів більше одного хунта; ставимо 10 над рисою і 3 під рисою.

$$\begin{array}{r} \text{Маємо } \frac{10 \cdot 5 \cdot 545}{3 \cdot 36 \cdot 100} \text{ після скорочення} \\ \frac{545}{3 \cdot 36 \cdot 2} = \frac{545}{216} = 545 : 216 = 2,52 \text{ карб.} \\ \begin{array}{r} 432 \\ \hline 1130 \\ \hline 500 \end{array} \end{array}$$

IX. Зворотні пропорціональні величини.

§ 62. а) Хтось має запас овсу, котрого вистарчить на 70 днів для 3 коней. На як довго вистарчить його для 7 коней?

Коли запасу для 3 коней вистарчає на 70 коней, то для одного коня його вистарчить на 70.3, а для 7 коней на $\frac{70 \cdot 3}{7} = 30$ днів.

б) 8 робітників можуть викопати рів за 20 днів. За який час вириють цей рів 5 робітників?

8 робітників працюють 20 днів; оден робітник витратить на цюж саму роботу 20.8 день, а 5 робітників $\frac{20 \cdot 8}{5} = 32$ дні.

в) 12 робітників покінчать якусь там роботу за 8 днів працюючи по 11 год. щоденно. За скільки днів покінчать ту ж роботу 9 робітників, працюючи по 10 годин щоденно?

12 робітників працювали 8.11 годин; одному робітникови для виконання тої же роботи треба $\frac{8 \cdot 11 \cdot 12}{9}$ годин = $\frac{8 \cdot 11 \cdot 12}{9 \cdot 10}$ день = $\frac{176}{15}$ дня = майже 12 днів.

Задачі: 24. а) 123 козаків вириють шанець за $8\frac{1}{3}$ годин. Скільки треба козаків, аби вирити його за 5 годин? — б) Запасу хліба вистарчить для 72 козаків на 4 тижні. На скільки часу вистарчить його для 56 козаків? — в) Певна кількість землі укривав площу в 3 кв. саж. шаром в 2,6 вершка завтовшки; якої товстині буде шар, коли ту-ж саму кількість землі розкидати по площі в 7 кв. сажн.?

Х. Метрична міра.

За кордоном, мало не скрізь, та і в нас подекуди, вживається ще так звана метрична система міри. В основу її покладено метр. Метр — це одна десятимілійонова частина чверти паризського полуценника (мерідіану). З метру, коли побільшувати його в 10, 100, 1000 разів, складається решта всіх мір.

Щоб назвати міри більші від метру, вживають слова з грецької мови: дек = десять, гекто = сто, кілько = тисяча. Щоб назвати міри менші від метру, вживають слова з латинської мови: деці = десять, центі чи санті = сто, мілі = тисяча; таким робом наприклад, декаметр = 10 метрів, а дециметр = $\frac{1}{10}$ метра.

Міра на довжину.

1 метр = 10 дециметрів, на нашу міру = 3 фути і $3\frac{3}{8}$ цалі = 1 арш. $16\frac{1}{2}$ вершк.

1 кілометр (1000 метрів) = 468 саж. 2 арш $1\frac{3}{4}$ вершка.

Квадр. міра і поземельна.

1 арш. (100 кв. метр.) = 22 кв. саж. 1 гектар (100 арш.) = 2197 кв. саж.

Міра на рідке.

1 літр. = $\frac{4}{4}$ штофа = $1\frac{3}{5}$ пляшки = $\frac{3}{10}$ гарця.

Міра ваги.

1 грам = 10 дециграмів = $\frac{1}{10}$ декаграму = $\frac{1}{4}$ золотника (приблизно).

1 кілограм = 2 хунти 42 золотн. $41\frac{2}{3}$ долі.

Тона = 62 пуди.

XI. Порівнююча таблиця вершків, цалей і сантиметрів.

Чверть аршина, або чотири вершки = 7 цалей, або $17\frac{3}{8}$ сантиметрам. Один вершок = $1\frac{1}{3}$ цалі, або $4\frac{2}{5}$ сантиметрам.

Вершок	цалей	сантим.	вершок	цалей	сантим.
1	== 1,75	== 4,44	7	== 12,25	== 31,11
2	== 3,50	== 8,89	8	== 14,00	== 35,55
3	== 5,25	== 13,33	9	== 15,75	== 40,00
4	== 7,00	== 17,78	10	== 17,50	== 44,44
5	== 8,75	== 22,22	11	== 19,25	== 48,89
6	== 10,50	== 26,67	12	== 21,00	== 53,33

і т. д.

Цалей	вершки	сантим.	Сантим.	цалей	вершки
1	== 0,57	== 2,52	1	== 0,39	== 0,22
2	== 1,14	== 5,04	2	== 0,79	== 0,45
3	== 1,71	== 7,54	3	== 1,18	== 0,67
4	== 2,28	== 10,07	4	== 1,57	== 0,90
5	== 2,86	== 12,59	5	== 1,97	== 1,12
6	== 3,43	== 15,11	6	== 2,36	== 1,35
7	== 4,00	== 16,63	7	== 2,76	== 1,57
8	== 4,57	== 20,14	8	== 3,15	== 1,80
9	== 5,14	== 22,67	9	== 3,54	== 2,02
10	== 5,71	== 25,16	10	== 3,94	== 2,25

і т. д.

і т. д.

XII. Порівнююча таблиця кілометра, верстви, милі.

Кілометр	Верства	Морська миля	Географ. чи німец. миля	Шведська миля
1,0	== 0,937	== 0,540	== 0,135	== 0,094
1,067	== 1,0	== 0,575	== 0,144	== 0,100
1,855	== 1,738	== 1,0	== 0,250	== 0,169
4,808	== 4,505	== 2,592	== 0,648	== 0,449
7,420	== 6,953	== 4,0	== 1,0	== 0,694
7,500	== 7,031	== 4,043	== 1,011	== 0,702
10,692	== 10,019	== 5,764	== 1,441	== 1,0

ХІІІ. Вага та міра на Україні.

Мал. 1.

Міра на сипке.

Четверть = 8 мірок (четвериків)

„ = 64 гарців.

Корець = 4 мірки.

Мірка = 8 гарців.

Міра на рідке.

Кухва (бочка) = 40 відер.

Відро = 10 штофів.

„ = 20 пляшок.

Око (штоф) = 2 кварта.

„ „ = 2 півкварти.

„ „ = 10 чарок.

Кварта = 2 пляшки.

Кватирка = 2 кручки.

Кручок = 1 сотка.

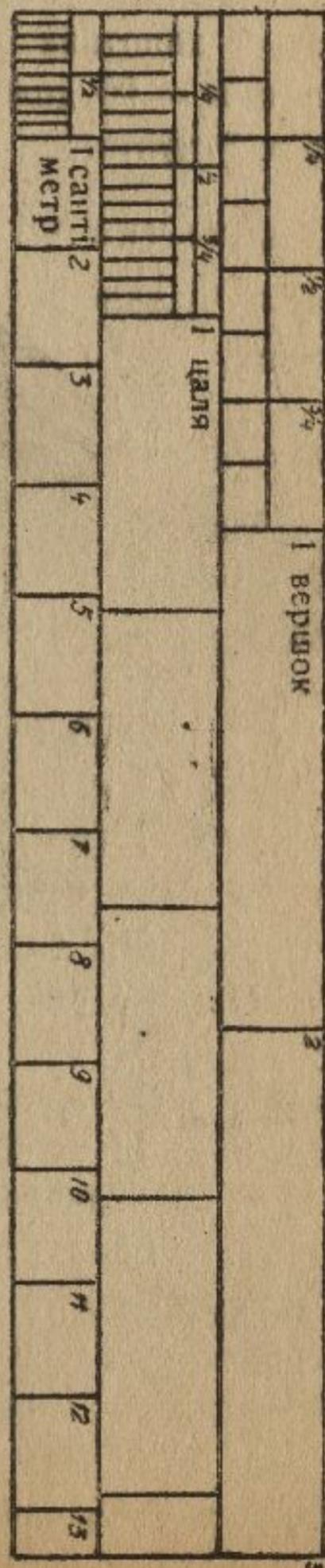
Міра на землю.

Десятина = 2400 квад. саж.

Гони = 120 саж. удовж

Морг = 1230 квад. саж.

Різа = 5 десятин.



Вага.

Тона = 60 і 62 пуди.
 Берковець = 10 пудів.
 Пуд = 40 хунтів.
 Хунт = 32 лоти = 96 золот.
 Лот = 3 золотники,
 Золотник = 96 доль.
 Око = 3 хунти.

Аптична вага.

Хунт = $\frac{7}{8}$ звичайного хунта.

Міра на довжину.

Миля скарбова (казення) = 7 верстов.
 Миля народня = 10 верстов.
 Верства = 500 сажнів.
 „ = 3500 футів.
 Сажінь = 3 аршини.
 „ = 7 футів.
 Аршин = 16 вершків.
 „ = $2\frac{1}{8}$ фути.
 „ = 28 цаль.
 Фут = 12 цаль.
 Цаля = 10 ліній.
 Локіть = 13 вершків.
 „ = 22,68 цаль.
 Морська миля (вузол) = 10 кабельтовів.
 Кабельтов = 100 морськ. сажн.
 „ = 85 саж. і 6 фут. звичайних.

Хунт = 84 золотники.
 „ = 12 унцій.
 Унція = 8 драхм.
 Драхма = 3 скрупули.
 Скрупул = 20 гран.
 Гран (gr.).

Міра на папір.

Стопа = 20 лібр.
 „ = 480 аркушів.
 Лібра (десть) = 24 аркуші.

Квадратова міра.

Кв.верства = 250.000 кв.сажн.
 „ сажінь = 49 кв. фут.
 „ „ = 9 „ арш.
 „ фут = 144 „ цалі.
 „ цаля = 100 „ ліній.
 „ аршин = 784 „ цалі.
 „ „ = 256 „ вершк.

Міра кубічна.

Куб.сажінь = 343 куб.фут.
 „ „ = 27 „ арш.
 „ фут. = 1728 „ цалі.
 „ цаля = 1000 „ ліній.
 „ арш. = 21952 „ цалі.
 „ „ = 4096 куб. вершк.

XIV. Перетворення чужоземних мір, ваги та грошей на українські і навсерак.

§ 63. Правило 1. Перетворення чужоземної міри, ваги, або монети на українську, переводиться за поміччю множення.

Правило 2. Перетворення української міри, ваги, монети в чужоземну, переводиться за поміччю ділення.

Приклади на правило 1:

а) Скільком аршинам відповідають 23,72 метра?
(1 метр. = 1,4 арш.)

$$23,72 \times 1,4 = 33,208 \text{ аршинів.}$$

б) Скільком гривням відповідають 2437,5 марок?
(1 марка = 0,90 гривні.)

$$2437,5 \times 0,90 = 2193,75 \text{ гривні.}$$

Приклади на правила 2:

а) Скільки кілограмів складають 32,5 хунти? (1 кілограм = 2,44 хунта.)

$$32,5 : 2,44 = 13,32 \text{ кіл.}$$

б) Скільки франків складають 1044 карбованців?
(1 франк = 0,75 грив.)

$$1044 : 0,75 = 1392 \text{ франків.}$$

§ 64. Часто можливо полекшити обчислення, користаючись наближеними звичайними відношеннями. Особливо це важливо при обчисленнях в думці.

Так: 1 франк = 0,75 гривні = $\frac{3}{4}$ грив.

1 марка = 0,90 гривні = $\frac{9}{10}$ грив.

1 метр = $22\frac{1}{2}$ вершкам = $1\frac{1}{2}$ арш. — $1\frac{1}{2}$ вершка

1 кілометр = $1\frac{4}{15}$ верстви.

Приклади:

а) Скільком гривням відповідає 247,35 марок?

$$247,35 \times \frac{9}{10} = 222,615 \text{ гр.}$$

б) Скільки верстов в 1379 кілометрах?

$$\begin{array}{r} 1379 \\ - \quad 91,93 = 1379 : 15 \\ \hline 1287,07 \text{ верстов.} \end{array}$$

в) Скільки аршинів в 300 метрах? ($1\frac{1}{2}$ вершка, очевидно, складають $\frac{1}{16}$ від $1\frac{1}{2}$ арш.)

$$300 \times 1\frac{1}{2} = 450$$

$$450 : 16 = \frac{225}{8} = 27\frac{7}{8}$$

$$422\frac{7}{8} \text{ арш.} = 140 \text{ саж. } 2 \text{ арш. } 14 \text{ вершк.}$$

§ 65. Ми бачили, що 1 фр. = $\frac{3}{4}$ гр. Як відомо, 1 франкові = також спідуючі монети: італійська ліра, еспанська пезета, грецька драхма, фінська марка, і деякі ин. З огляду на це важливо пам'ятати правило: Аби обернути франки (ліри, драхми і т. и.) в гривні, треба помножити кількість їх на 3 і добуток поділити на 4.

Приклад: Скільки гривень складуть 3281,35 франків?

$$\begin{array}{r} 3281,35 \\ \times 3 \\ \hline 9844,05 : 4 = 2461,0125 \text{ гр.} \end{array}$$

§ 66. Аби обернути гривні у франки (ліри і т. п.), треба кількість гривень помножити на 4 і добуток поділити на 3.

Приклад: Скільком франкам відповідають 1670,90 гр.?

$$\begin{array}{r} 1670,90 \\ \times 4 \\ \hline 6683,60 : 3 = 2227,87 \text{ фр.} \end{array}$$

XV. Правило товариства, або пропорціонального поділу.

§ 67. Це правило вживається тоді, коли потрібно поділити гроші, або щось инче на нерівні частини.

Пр.: а) З майна неспроможного винуватця залишилось 750 грив. Кредітори вимагають: А — 3300 грив, Б — 300 крб, В — 150 крб. і Г — 900 крб. Скільки одержить кождий? Усього вимагають 3000 карб. а віддати можливо

тільки 375 карб. с. т. $\frac{375}{3000} = \frac{1}{8}$ цієї суми.

Отже кредітори одержать:

$$А — 1650 : 8 = 206,25 \text{ крб.}$$

$$Б — 300 : 8 = 37,50 \text{ „ рб. 20 коп.}$$

$$С — 150 : 8 = 18,75 \text{ „ п. с. т. по}$$

$$Д — 900 : 8 = 112,50 \text{ „}$$

Усього — 375 крб.

б) А, Б, В, Г вклали в підприємство, відповідно 600^{го}, 750, 1200 і 1050 карб. і одержали зиску 300 карб. Скільки зиску припадає на долю кождого?

З капіталом в 3600 карб. вони одержали 300 карб. зиску с. т. $\frac{1}{12}$ частину капіталу.

Отже, зиск поділиться так:

$$\text{на долю А припаде } 600 \cdot \frac{1}{12} = 50 \text{ карб.}$$

$$\text{„ „ Б „ } 750 \cdot \frac{1}{12} = 62 \text{ „ 50 коп.}$$

$$\text{„ „ В „ } 1200 \cdot \frac{1}{12} = 100 \text{ „ — „}$$

$$\text{„ „ Г „ } 1050 \cdot \frac{1}{12} = 87 \text{ „ 50 „}$$

Увесь зиск — 300 карб.

Задачі: 25. а) Поділити 740 карб. на 4 частини так, аби ці частини були в відношенні 3:7:4:6. Чому рівна кожда частина? б) А має право одержати 800 карб., Б — 700 карб. В — 750 карб. Можливо роздати тільки 300 карб. Скільки одержить кождий?

XVI. Правило мішанини.

I. Потрібно знайти відношення.

§ 68. Наскільки карбованців (копійок), 1 хунт (пуд, золотник і т. д.) кращого гатунку коштує дорожче від

потрібної ціни, настільки треба взяти хунтів гіршого гатунку і навспак.

Пр.: а) Крамар має два гатунки чаю, на 2 карб. і 2 карб. 50 коп. за хунт, і хоче скласти з них 500 хунтів мішанини, якаб коштувала 2 карб. 20 коп. хунт. Скільки хунтів кожного гатунку мусить він узяти?

Кращий гатунок дорожчий на 30 коп. за хунт видаю, скла гірший, дешевший на 20 коп. Значить він $300 \times 1\frac{1}{2}$ яти 20 хунтів кращого гатунку і 30 хунт., $450 : 16$ сього одержується 50 хунтів. Аби мати 500 хунт., я брати стільки разів по 20 хунт. кращого гатунку по 30 хунт. гіршого, скільки разів 50 міститься в 500, с. т. усього $20 \times 10 = 200$ і $30 \times 10 = 300$ хунтів.

б) Крацій гатунок }
 2 карб. 50 к. } Ціна мішанини { $20 \times 10 = 200$ х
 Гірший гатунок } 2 карб. 30 к. { $30 \times 10 = 300$ „
 2 карб. } $500 : 50 = 10$;

б) З двох гатунків тютюну, по 2 карб. 20 коп. і по 1 карб. 40 коп. за хунт треба скласти 160 хунтів мішанини по 2 карб. Скільки треба взяти кожного гатунку?

$$\begin{array}{r|l|l} 220 & 200 & 60 \times 1,25 = 75 \\ 140 & & 20 \times 1,25 = 25 \\ \hline & & 100 : 80 = 1,25. \end{array}$$

в) Скільки води додав крамар до вина по 1 карб. 80 коп. за пляшку, аби одержати 80 пляшок мішанини по 1 карб. 40 коп. за пляшку?

Вино на 40 коп. дорожче, вода на 1 карб. 40 коп. дешевше мішанини. Коли помішати 140 пляшок вина з 40 пляшками води, будемо мати мішанину в належній пропорції, по 180 пляшок. Потрібнож приготувати тільки 70 пляшок мішанини, с. т. $\frac{4}{9}$ одержаної кількості, значить, треба узяти $62\frac{2}{9}$ пляшки вина і $17\frac{7}{9}$ пляшок води.

$$\begin{array}{r|l|l} 180 & 140 & 140 \times \frac{4}{9} = 62\frac{2}{9} \\ 0 & & 40 \times \frac{4}{9} = 17\frac{7}{9} \\ \hline & & 80 : 180 = \frac{4}{9} \end{array}$$

г) У крамаря в мішанина з 12 хунтів чаю по 2 карб. і з 9 хунтів по 2 карб. 20 коп. Скільки треба додати до цієї мішанини чаю по 2 карб. 50 коп., аби одержати мішанину на 2 карб. 30 коп.?

12 хунтів по 2 карб. і 9 хунтів по 2 карб. 20 коп. становлять 21 хунтів, що коштує 43 карб. 80 коп. с. т. по $2\frac{8}{35}$ крб. за хунт. Потрібна ціна $2\frac{3}{10}$ крб.

Вищий гатунок на $\frac{2}{10} = \frac{14}{70}$ дорожче;

отже треба помішати 15 част. кращого

нижчий гатунок на $\frac{15}{70}$ дешевше;

отже треба помішати і 44 „ гіршого

Усього . . . 29 частин.

Гіршого гатунку мається 21 хунт, с. т. $1\frac{1}{2} \times 14$; значить треба узяти кращого гатунку $1\frac{1}{2} \times 15 = 22\frac{1}{2}$ х. Маємо $21 + 22\frac{1}{2} = 43\frac{1}{2}$ х. мішанини.

Задачі: 26. а) 3 гатунків краму по 1,20 карб., і 1,45 карб. за хунт, скласти 100 хунтів мішанини по 1,30 карб. за хунт. — б) 3 краму по 8 карб. і 7,40 крб. скласти 120 хунт, мішанини по 7,75 карб.

2. Треба знайти ціну.

§ 69. Помішано 8 х. по 3 крб. 40 коп., 17 х. по 1 крб. 50 коп., 25 х. по 2 карб. 07 к. і 17,5 х. по 75 к. Скільки коштує хунт мішанини?

$$3,40 \cdot 8 = 27,20$$

$$1,50 \cdot 17 = 25,50$$

$$2,07 \cdot 25 = 51,75$$

$$0,75 \cdot 17,5 = 13,12$$

$$\hline 67\text{х.} - 117,57 \text{ карб.}$$

$$117,57 : 67,5 = 11757 : 6750 = 1,74$$

Задачі: 27. Почім за хунт коштує мішанина: а) 12 х. по 2 крб. 25 к., 1 х. по 3 крб. і 15 х. по 1 крб. 40 коп.? — б) 100 х. по 3 крб. 50 к., 30 х. по 1 крб. 75 к. і 45 х. по 1 крб. 20 к.?

ХУІІ. Правило відсотків (процентів).

а) Треба знайти процентові гроші.

§ 70. Скільки процентових грошей принесуть 700 карб, по $4\frac{1}{2}\%$ за 5 років? Зі 100 карб. у рік було б 4,5 карб.; з нашого капіталу буде у стільки разів більше, скільки раз 100 міститься в 700; знайдену суму треба ще помножити на кількість років.

Зразок для обчислення процентових грошей, коли час висловлено в роках:

$$\frac{\text{Капітал} \times \text{кількість відсотків} \times \text{кількість часу}}{100} \quad (\text{в нашій}$$

випадкові: $\frac{700 \cdot 4,5 \cdot 5}{100} = 157 \text{ карб. } 50 \text{ к.})$

§ 71. Скільки процентових грошей буде з 360 карб. по 4% за 5 місяців?

Коли б ми обчисляли по попередній формі (зразкові), відповідь одержалась би в 12-ро більша від дійсної. Тому ми мусимо поділити ще на 12.

Зразок для обчислення процентових грошей, коли час висловлено в місяцях:

$$\frac{\text{Капітал} \times \text{кількість відсотків} \times \text{кількість часу}}{1200}$$

(для даного випадку: $\frac{360 \cdot 4,5}{1200} = 6 \text{ карб.})$

§ 72. Скільки процентових грошей буде з 888 крб. по 5% за 20 день?

Зразок для обчислення процентових грошей, коли час висловлено в днях:

Звичайний рахунок:

$$\frac{\text{Капітал} \times \text{кількість відсотків} \times \text{кількість часу}}{36500}$$

Комерційний рахунок *):

$$\frac{\text{Капітал} \times \text{кількість відсотків} \times \text{кількість часу}}{36500}$$

$$\frac{888.5.20}{36500} = 2 \text{ крб. } 43 \text{ коп.}, \text{ або } \frac{888.5.20}{36000} = 2 \text{ крб. } 47 \text{ к.}$$

б) Треба знайти капітал.

§ 73. Який капітал по 4% за 3 роки принесе 66 крб. процентних грошей?

• 100 крб. за 3 роки дадуть 12 крб.; значить капітал буде $100 \times (66 : 12) = 550$ крб.

в) Треба знайти час.

§ 74. На який час були покладені по 4% — 250 крб., коли вони дали 30 крб. процентних грошей?

• 100 крб. за рік принесуть 4 крб.; 250 крб. — 10 крб.; $30 : 10 = 3$, значить гроші лежали 3 роки.

г) Треба знайти кількість відсотків.

§ 75. 425 франків принесли за 2 роки 38,25 фр. На який процент їх дано?

32,25 фр. (за 2 роки) становитимуть 19,125 фр. за 1 рік. Дано було 425 фр., значить $19,125 : 4,25 = 4\frac{1}{2}\%$.

Задачі: 28. Скільки процентних грошей буде а) від 344 марок по 6% за 8 років? б) від 7235,20 фр. по 6% за 9 місяців? в) від 846,5 марок по 6% за 61 день.

*) В комерційних обчисленнях приймається, 1 місяць = 30 дн. і рік = 360 дн.

XVIII. Дісконт векселів.

§ 76 Векселі часто продають до терміну; в цім випадкові вексель коштує не ту суму, яка на ньому зазначена, а з цієї суми віднімаються процентів гроші за час, що залишається до терміну (ці гроші звать дісконтом або відчисленням).

Пр.: Скільки треба відлічити від векселя на 550 карб., по котрому треба заплатити 18. листопада, коли вексель дісконтовано 24. серпня по 24%?

$$\frac{550 \cdot 4 \cdot 84}{36000} = 5 \text{ крб. } 13 \text{ к.}$$

Задачі: 29. а) Скільки можливо одержати 1. квітня за вексель на 870 карб. на термін до 15. липня, коли дісконт робиться по $5\frac{1}{2}\%$? б) Скільки коштує 1. червня вексель на 1200 крб. на термін до 15 серпня, при дісконтовім відсоткові $5\frac{1}{2}\%$?

XIX. Курсові обчислення.

§ 77. Монети, вартні папери, крам і т. и. не завжди мають ту ж саму продажню ціну; вона знижується, або підвищується, уважаючи на обставини, в залежності від війни і миру, врожаю і розмірів виробництва, державного кредиту і т. и. Існуючу ціну занотовують маклери на біржах і оголошують до вального відома. Ця ціна зветься курсом, а відомости за ціни містяться в біржових бюлетенях (щоденних оповістках).

Повний біржовий бюлетень дає курси усіх вартостей, з котрими були справи на біржі: фондів, державних і мійських позичок, акцій, збіжа і т. и.

При вартних паперах зазначається назва паперу (і інші вказівки що-до року його випуску, номінальної

(називної) вартости і т. и.), скільки відсотків він дав, і курс; при цьому робиться 4 нотатки: про уклади (сделкі), що вже відбулись (більші чи менші) і про ціни під кінець біржі (покупці і продавці).

При обчисленні закордонних вартостей треба розрізняти дві валюти: постійну і відмінну. Постійна валюта здебільшого = 100, а відмінна власне уявляє з себе курс. Так в бюлетенях петербурзької біржі ми можемо натрапити на таку нотатку:

100 карб. — $266\frac{1}{2}$ фр. (= 37 карб. $52\frac{1}{2}$ к.)

Це показує що 100 карб. = $266\frac{1}{2}$ фр., а 100 фр. = 37 карб. $52\frac{1}{2}$ к.

Занотовуючи вексельний курс, беруть ще на увагу термін, після якого платиться по векселю. Так відрізняють векселі à vue, с. т. такі, по котрим мусять платити, як тільки їх подадуть до виплати, і векселі на довгочасний термін звичайно на 3 місяці, с. т. з виплатою після 3 місяців.

Вартні папери звичайно лічаються на певну суму, так, акції часто бувають на 250 карб.; ця сума, зазначена на данім папері, зветься номінальною вартістю. При купівлі паперів береться на увагу не номінальна вартість, а курс.

До багатьох вартних паперів додається ще аркуш з купонами*). Ці купони оден, чи кілька разів на рік, з огляду на те, коли платять відсотки чи дивідент, відтинаються і предявляються для заплати до скарбниці відповідного підприємства. Багато банкерів та крамарів також приймають до заплати подібні купони.

Вартний папер і купний аркуш мають одне й те-ж саме число (номер) і продаються лише разом.

*) Купон — це квіток, який відрізується від акції і по якому можливо одержати відсотки.

§ 78. З бюлетеня Петербурзької біржі.

28. січня 1906 року.

Вексельний курс.

	Зроблено Чеки	Купівля На три місяці	Продаж.
На Лондон за хунт. стерл. 10...	95,— 94,10	94,05	94,10
„ Берлін „ мар. 100	46,30 —,—	45,92 ¹ / ₂	45,95
„ Париж „ фр. 100	37,80 —,—	37,52 ¹ / ₂	37,55

Тут показані ціни „девізів“, т. є. векселів, по котрим заплата провадиться за кордоном.

При їх обчисленні треба зпочатку обчислити курс, а потім дисконт. Коли термін векселя настає в той день, для котрого дано курс, дисконт не зараховується. Коли куплено а вче, с. т. зі заплатаю по оказові (пред'явленні) а термін векселя пізніш, тоді дисконт треба відняти.

Дисконт обчислюється по зразкові:

$$\frac{\text{Капітал} \times \text{кількість} \% \times \text{кількість днів}}{36000}$$

Чек на Берлін на 500 марок коштує:

$$46,30 \times 5 = 231 \text{ крб. } 50 \text{ к.}$$

Вексель на Лондон на 3 місяці на суму 180 хунтів стерлінгів коштує:

$$94,10 \times 18 = 1693 \text{ крб. } 80 \text{ к.}$$

Коли його продано перед 48 днями до терміну, то при 4% дисконту буде:

$$\frac{1694 \times 4 \times 48}{36000} = 9 \text{ крб. } 03 \text{ к.}$$

(При цьому розрахункові копійки підганяються до карбованців.)

Отже, треба віддати:

$$1693 \text{ крб. } 80 \text{ к.}$$

$$- 9 \text{ „ } 03 \text{ „}$$

$$1684 \text{ крб. } 77 \text{ коп.}$$

і комісійних маклеру, чи банкеру.

§ 79. Державні позички.

	Укладм		Під кінець біржі	
	Більші	Дрібні	По-купці	Про-давці
Підлягаючи 5% податкові				
4% держ. рента	80 ⁵ / ₈ — ⁷ / ₈	—	80 ³ / ₄	81 ¹ / ₂
Непідлягаючи 5% податкові				
5% внутрішня позичка 1905р. . .	97 ¹ / ₂	98	97 ¹ / ₂	98 ¹ / ₄
5% " " " П.виц.	97 ¹ / ₈	—	97	97 ³ / ₄
4 ¹ / ₂ % Рос. Держ. позичка 1905р.	93 ¹ / ₈ — ¹ / ₂	93 ¹ / ₂ — ¹ / ₄	93 ¹ / ₄	94
5% Зобов'язання Держ. скар. 1904р.	—	—	99 ¹ / ₄	100 ¹ / ₄
Непідлягаючи 5% податкові				
4% заставні листи Двор. банку .	73 ⁵ / ₈	—	73 ¹ / ₄	74 ¹ / ₂
5% Свідоцтва Селянського банку	73 ³ / ₄	—	73 ³ / ₄	74 ³ / ₄
5% I. внутр. з вигр. поз. 1864р. 388	—	384	384	389
5% II. " " " ; 1866р. —	—	314 ³ / ₄ —15 ¹ / ₂	315	319
5% застав " " листами Двор. банку	247	248—7 ¹ / ₂	247	251

Для державних позичок передусім треба обчислити курс. Наприклад державна рента на номінальну суму 6000 крб. буде коштувати по курсові (який зазначений для цих паперів в %).

$$80\frac{5}{8} \times 60 = 4837 \text{ крб. } 50 \text{ коп.}$$

Потім треба ще додати відсотки. Коли в останній раз відсотки були зазначені 1. жовтня 1905 р., то з того часуросло:

$$\frac{6000 \times 4 \times 119}{36000} = 79 \text{ крб. } 33 \text{ коп.}$$

Отже, треба заплатити:

$$\begin{array}{r} 4837 \text{ крб. } 50 \text{ к.} \\ + 79 \text{ " } 33 \text{ " } \\ \hline 4916 \text{ крб. } 83 \text{ к.} \end{array}$$

§ 80. АКЦІЇ.

100 Моск. Винд. Риб. заліз.	—	93 ¹ / ₂	—	4 ¹ / ₂	93 ¹ / ₂	94 ¹ / ₂
125 Рус. Хінського банку .	—	254	—	2	252	255
250 Петербур. міжн. банку	376 ¹ / ₂ —30	376 ¹ / ₂	—	31	380	386
100 Бакинського нафт. т-ва	—	465	—	4	468	465
250 Нобель т-ва нафт. вир.	—	429	—	31	—	—
100 Гартман рус. т-ва маш. зав.	335—8—6	—	—	—	334	338
250 Рус. бант. виг. зав. т-ва	770	770—36—30	—	—	775	786

Тут наведені ціни на акції, с. т. на папери, що дають право на участь в прибутках комерційного, торговельного, чи промислового підприємства.

З акціями тов. Нобель занотовані уклади по 431 крб., отже 12 акцій можливо було набути за

$$431 \times 12 = 5172 \text{ крб.}$$

З акцій одержуються не відсотки, а річний дивідент, котрий розділяється на загальному зібранні. В залежності від високости дивіденду, підвищується і курс акцій.

XX. Комерційні обчислення.

§ 81. Під назвиськом комерційних розрахунків, розуміються обчислення, в котрі, побіч з певними чисельними величинами, входять також і величини, що вказують навздогад. Такі обчислення часто трапляються при веденні справ.

При цих розрахунках мають значіння різні обставини, наприклад загальний стан справи, мода, попит, місцеположення підприємства, конкуренція, майно і здібности комерсанта. Усі ці обставини і багато инчих доводиться брати на увагу.

Розрахунки торкаються усього підприємства і засновуються на його положенню. Завдяки цьому, при їх виконанні часто буває потрібною допомога керовників різних галузів підприємства і особливо важливе ведення книг.

Під кінець операційного року, комерсанта мусить з'ясувати стан своїх справ; для цієї мети треба скласти інвентар, зробити підрахунки у книгах і підлічити зиски і страти.

При такому складанню білянсу можливо одержати якісь пересічні цифри, котрі можуть бути корисними при дальших розрахунках, наприклад відсоток витрат на ціле підприємство і на окремі галузі і товари.

На висновках білянсу можливо уґрунтувати річні припущення (бюджет), що, про те, в більшості підприємств не робиться.

Інчий характер мають розрахунки при заснуванні підприємства. Коли хто-будь має на думці зачати діло, купити що-небудь і т. п., він мусить серйозно обмірковувати все і поміж инчим взяти на увагу попит, конкуренцію, вартість продажу, своє майно, свої здібности і т. и. До витрат треба залічити відсотки, комісійні, уступ, наємну платню, вартість конторських приладів, освітлення, репарацію, подорожні витрати, оголошення, пакування і т. и.

Видатки підприємства часто бувають дуже значні і різноманітні, з огляду на рід, розміри і спосіб провадження справи; треба підрахувати окремо кожного роду видатки, правильно розподілити їх при білянсованні і взяти на увагу при окремих обчисленнях.

В розрахунках при купівлі товару в загальну суму входять, між инчим: купна ціна, пакування, перевіз, платня за хоронення, комісійні витрати, асекураційні премії, мито, портові витрати, відсотки, витікання і т. и. Доводиться брати на увагу курси різних бірж, як для товарів, так і для вартостей, також звязок різних монет, мір та ваг, час відіслання і одержання, а також умови купівлі з дознанням, з предявленням зразків, або просто по замовленню.

В розрахунках по продажу також доводиться багато чого брати на увагу: стан справи, круг покупців, рід товару.

Розрахунки по веденню фабрики дуже важливі в виробництві і цікавлять фабрикантів. Вони мають і технічний і комерційний характер і обіймають собою поміж инчими: організацію підприємства, річні підрахунки, окремі розрахунки на ріжні виробництва і замовлення. В кошторис вписуються: сирові матеріяли, заробітня платня, вартість виробництва, конторські видатки, особливі витрати і т. и.

Розрахунки на ведення справи в хліборобстві, скотарстві, садівництві, лісництві, гірництві, побічних сільсько-господарських ремествах і т. и. також дуже важливі.

Теж саме можливо сказати й за перевізництво, асекураційну справу і т. и.

З рештою, ділова людина не повинна забувати розрахувати і свої особисті витрати, аби завжди порозуміватись з можливими зисками, або втратити.

§ 82. Мебляр одержав з крамниці замовлення зробити 12 канап по даному малюнкові і опису; він вираховує: соснове дерево 21 карб., оріхова фанера 8 карб., масивне оріхове дерево 48 карб., коліщатка і оббиття 10 карб., ріжний дріб'язок (клей, політура і т. и.) 12 карб., праця 80 карб., паливо, освітлення і інші видатки 10 карб., разом 189 карб., коло 20% прибутку = 37,80 карб., усього 226 карб. 80 коп., лічучи на кон 228 карб.

На другий день його знайомий побачив цей розрахунок і запитав: „Відкіля узялись ці цифри?“ Мебляр відповів, що він поставив вартість матеріялів і праці, які йому спали на думку і так само облічив решту витрат і зиск; таким чином одержав приблизну ціну.

Алеж, друже коханий, так не йде. З приблизними розрахунками далеко не заїдеш; сучасна житева конкуренція вимагає найточніших розрахунків і цін. При цім треба внести в рахунок справи: матеріяли, працю, видатки підприємство і бажаний зиск. Аби обчислити по можливості точно, треба старатись зібрати користні відмості і найкращим чином вживати їх. Треба знати, скільки і яких матеріялів потрібно для даної роботи, скільки вони коштують (риночна ціна, перевіз, мито), скільки праці треба для закінчення замовлення і о скільки висока заробітня платня. Ціну на сирові матеріяли і працю порівнюючи ще легко усталити. Тяжче обчислити видатки підприємства і розподілити їх по окремих замовленнях і робочих днях. Не завжди також можливо вказати певний відсоток зиску.

Усталити розмір видатків підприємства при звичайному ходові підприємства можло, коли покласти в основу річний білянс; при определенні зиску грають ролю існуючі ціни і конкуренція, а значить вона не може бути однаковою для різних замовлень. Вважайте ще, що до видатків підприємства залічуються: відсотки на вкладений в справу капітал, псування струменту і машин, асекурація, податки, витрати на провадження справи, конторські витрати і багато инчих. Користно постійно робити нотатки відносно цього роду витрат.

а) Розрахунок на виріб 20 м'ягких канап.

Соснове і букове дерево	71 карб.	— к.
Фанера	44	„ — „
Матерія і оббиття	180	„ — „
Дрібні приладдя	13	„ 50 „
Різбярська робота	32	„ 50 „
Столярська „	180	„ — „
Робота по оббиттю	37	„ 50 „
	<hr/>	
	558 карб.	50 к.
Паливо, псування струменту 2%	11	„ 17 „
	<hr/>	
	570 карб.	67 к.
Видатки підприємства 4%	22	„ 83 „
Вартість виробу	593 карб.	50 к.
20% зиску	118	„ 70 „
Продажна ціна	712 карб.	20 к.

За кожду канапу по 35 карб. 61 коп.

б) Розрахунок по знесенню хати.

Видатки:

Платня робітникам, 60 день по 1 крб. 75 коп.	105 карб.
Платня за перевів, 120 возів по 75 коп.	90 „
Псування струменту	15 „
Витрати	5 „
Платня власнику	300 „
	<hr/>
	515 карб.

Прибуток:

Вікна та двері	70 карб.	— к.
Цегла та кафлі	75	" — "
Оливо, залізо і инче	15	" — "
Дерево	45	" — "
Шифер	37	" 50 "
Ціле каміння з мурів	310	" — "
Ламане каміння	35	" — "
	<hr/>	
	587 карб.	50 к.
Усього: Прибуток	587 карб.	50 к.
Видатки	515	" — "
	<hr/>	
	79 карб.	50 к.

XXI. Обчислення поверхонь та об'ємів.

§ 83. Крапка є певне місце в простороні без жадного протягу. Образ крапки має довжину і ширину, значить уявляє з себе поверхню; він має і деяку товстінь, значить є тілом.

Крапку неможливо виміряти, бо вона не має жадного протягу.

§ 84. Черта поміж двома крапками є лінія. Найкоротша лінія між двома крапками є проста (пряма) лінія. Між двома крапками можливо провести лише одну просту лінію.

§ 85. Поміж кількома крапками, не лежачими на одній простій, можливо провести кілька простих ліній, а саме $\frac{n(n-1)}{2}$, так, наприклад, між 8ма вершками куба

(гексаедра) $\frac{8 \cdot 7}{2} = 28$, саме 12 рубів, по 2 простих на кожній з 6н стін, усього 12 та 4 в середині куба.

Задачі: 30. а) Скільки простих ліній можливо провести між 7 планетами? б) Скільки між сонцем, місяцем, 7 планетами і 1 кометою? в) Скільки між 20 горошинками, що порозкидані на столі?

§ 86. Дві лінії, що перетинаються із собою, утворюють чотири кути. Кути вимірюються ступіннями (градусами). Кількість ступінів виявляє взаємний нахил протиставлених кутів; ці протиставлені кути зветься його раменами. Всі кути навколо одної точки складають разом 360 ступінів, що означається ось так: 360° (нулець угорі заступає слово „ступінь“). Кут в 90° зветься простим (прямим) кутом.

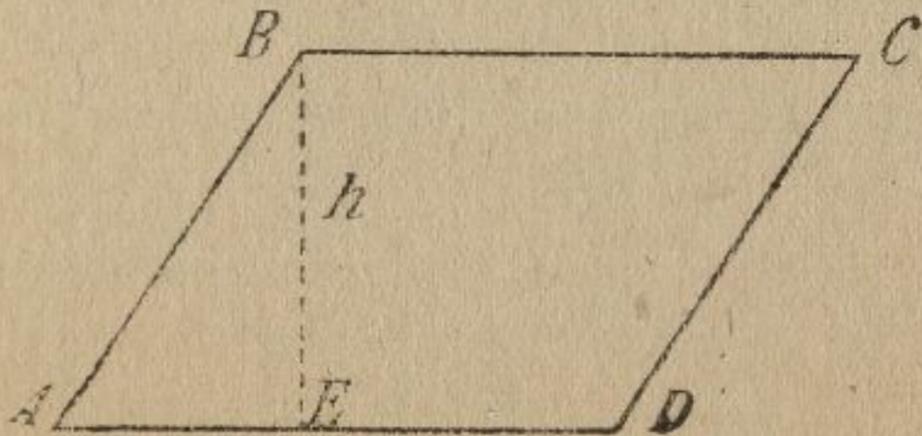
Навколо одної точки, значить, міститься як раз 4 протиставлених кутів. Кути, більші простого, зветься тупими, менші простого — гострими.

§ 87. Усяка частина площі, обмежена лініями, зветься фігурою.

Фігура, обмежена трьома простими лініями, зветься трикутником, обмежена чотирма простими — чотирикутником, обмежена більшою кількістю протиставлених — многокутником.

§ 88. У фігурі можливо виміряти, а почасти й обчислити обмежуючі її лінії, а також косини — перекутні (протиставлені, проведені від одного кута фігури до другого). Можливо також виміряти площу фігури, т. є. величину частини площини, яку вона займає.

§ 89. Рівнобіжником (малюнок 1) зветься чотирикутник, у якого протиставлені рамена рівнобіжні (с. т. мають однаковий напрям). Кути рівнобіжника можуть бути або усі прості, або два гострих та два тупих. На нашому малюнку має місце саме останній випадок.



Мал. 1.

Аби знайти довжину всіх рамен рівнобіжника вимірюють їхні довжини і множать суму на 2. Пр.: Салія має

9 саж. довжини і 7 сажнів ширини, значить, загальна довжина усіх його рамен буде $(9 + 7) \times 2 = 16 \times 2 = 32$ саж.

Коли в рівнобіжникові усі кути прості, то він зветься прямокутником. Коли в прямокутникові усі рамена рівні, тоді він зветься квадратом.

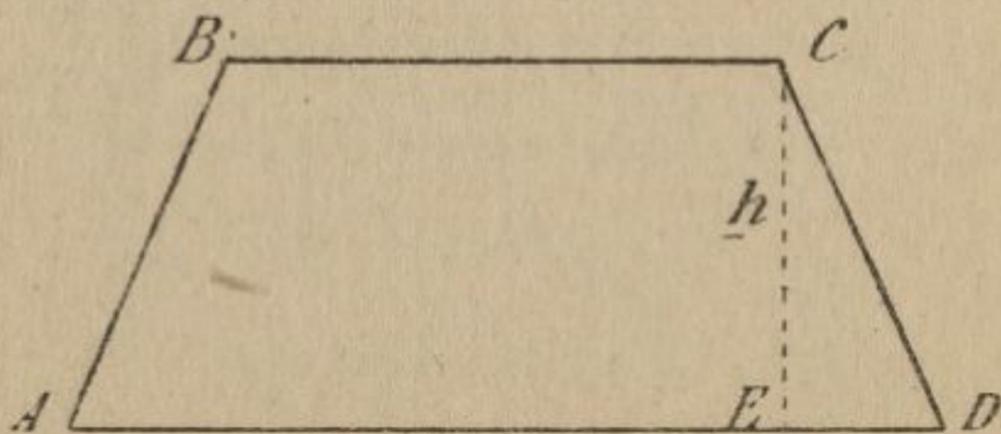
Аби обчислити поле прямокутника, множать два його сумежні рамена. Напр. поле згаданої салі буде рівне $9 \times 7 = 63$ квадратним сажням.

Коли-ж рівнобіжник має не прості кути, як на нашій малюнкові, то треба виміряти відлеглість між двома рівнобіжними раменами. Ці відлеглості звать висотою.

Звичайно для цієї мети беруть більш довгі рамена (на нашій малюнкові (мал. 1), AD та BC). Їх відлеглість означена літерою h. Коли AD і BC рівні по 15 саж., а висота 7 саж., то поле буде $15 \cdot 7 = 105$ кв. саж.

Задачі: 31. Прямокутний лан має в довжину 221 саж. і в ширину 56,25 саж. Як великі а) його поле? б) довжина всіх його меж? — Аркуш паперу має в довжину 13 вершків, а в ширину 9 верш. Як великі в) його поле? г) загальна довжина його берегів?

§ 90. Трапез (мал. 2) має лише одну пару рівнобіжних рамен (на малюнкові BC і AD). Щоб вирахувати довжину усіх його рамен, треба виміряти усі рамена з окрема і одержані числа до себе додати.



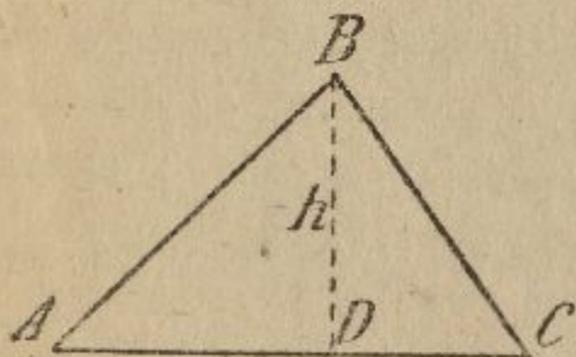
Мал. 2.

Для обрахунку поля і тут треба виміряти висоту (h), а також обидва рівнобіжні рамена. Треба додати довжини рівнобіжних рамен і суму переполовити (поділити на

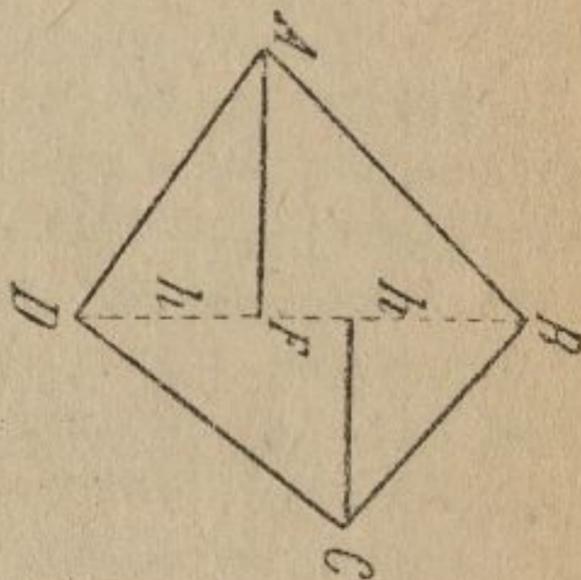
два). Одержане число, яке зветься **пересічною довжиною** треба ще помножити на висоту.

Пр.: Коли $AD = 21$ саж., $BC = 18$ саж. і $h = 6,5$ саж., то знайдемо з початку $21 + 18 = 39$; $39 : 2 = 19,5$, а потім $19,5 \cdot 6,5 = 126,75$ кв. саж. (Пов. трап.)

§ 91. Поле трикутника (мал. 3) обчислюється, помножуючи довжину одного рамена (що зветься основою) на висоту, с. т. відлеглість цього рамена від вершка, і поділяючи добуток на 2.



Мал. 3.



Мал. 4.

Хай основа AC даного трикутника рівна 72 саж., висота 74 саж., тоді його поле рівне $\frac{72 \cdot 74}{2} = \frac{5328}{2} = 2664$ кв. саж.

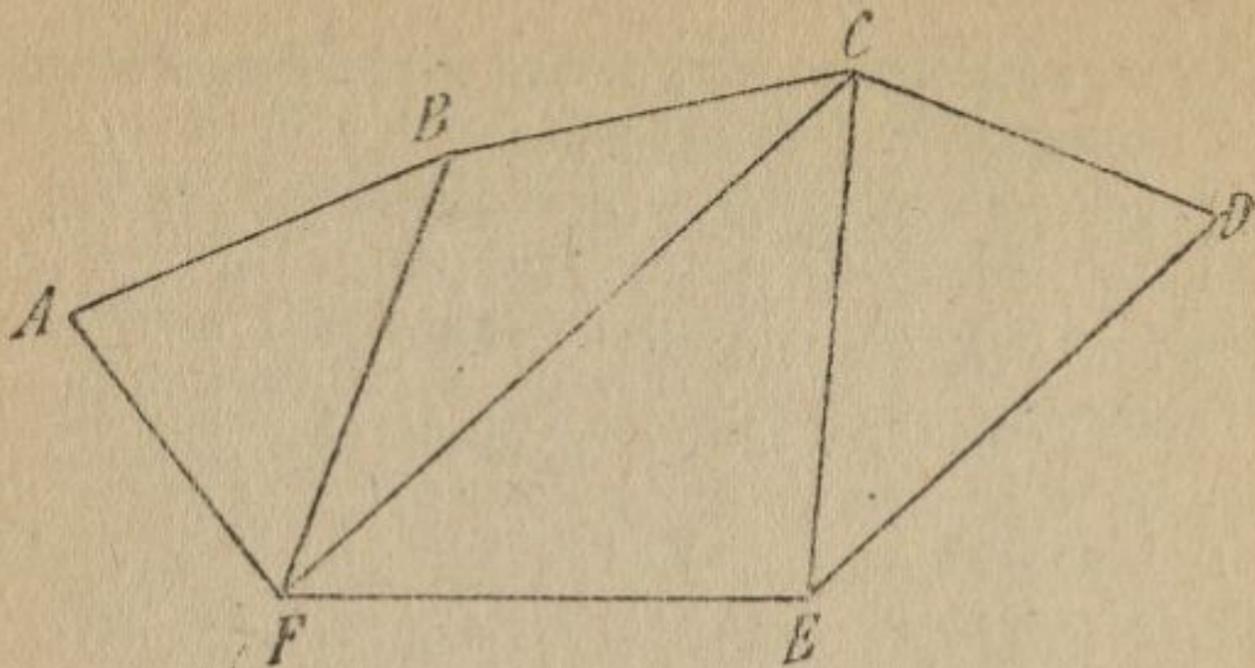
§ 92. Неправильні чотирикутники і багатокутники розділяють на трикутники і рахують останні окремо. На мал. 4 ми маємо трикутники ABD і BDC . Ми можемо вважати косину (перекутню) DB , як основу і лічити обидві висоти від неї. Коли основа рівна 28 саж., одна висота

12 саж., друга 10 саж., то знайдемо: $\frac{28 \cdot 12}{2} = \frac{336}{2} = 168$;

$$\frac{28 \cdot 10}{2} = \frac{280}{2} = 140.$$

$168 + 140 = 308$ кв. саж. (поле чотирок. $ABCD$.)

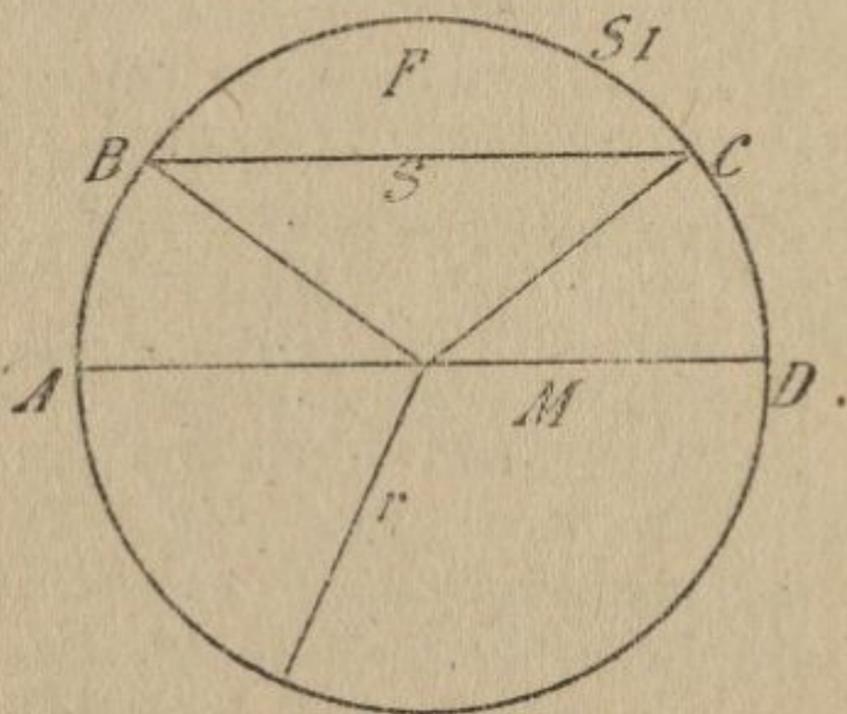
§ 93. Малюнок 5 дає образ неправильного шостокутника, поділеного на 4 трикутники.



Мал. 5.

Кожний багатокутник поділяється на стільки трикутників, скільки в ньому рамен без 2.

Задачі: 32. Обчислити поле: а) трапезу, якою рівнобіжні боки рівні 185 і 177 саж., а висота — 48 саж.; б) трикутника, котрого основа рівна 234,5 саж., а висота 79,84 саж.; в) трикутної частини даху, який має доли вгору 3,6 саж. і в висоту 2,8 саж.



Мал. 6.

§ 94. Малюнок 6. представляє коло і його частини. Крива лінія зветься кружінню кола. Кружінь скрізь однаково віддалена від осередка М, а саме на довжину луча r . Тому усі прості лінії, проведені від осередка до кружінні, мають однакою довжину.

Кожда частина кружині, наприклад BS_1C , зветься дугою. Проста лінія, що проходить через осередок, від одного боку кола до другого, напр. AD зветься проміром.

Промір (діаметер) у двох довший луча.

Кружинь в 3,14 разів довша проміру. Це число визначають також грецькою літерою π (вимовляється пі).

Проста лінія, що сполучує дві крапки кружині, але не проходить через промір, зветься тятивою (BC).

Тятива коротша за промір.

Поле, обмежене кружинню, зветься колом.

Поле, обмежене половиною кружині і проміром, зветься півколом (ABS_1CD).

Поле обмежене дугою та двома лучами, зветься круговим вирізком — сектором (AMB , або CMD).

§ 95. Круг (поле кола) рівен лучу, помноженому на кружинь і поділенному на 2, або $\frac{1}{4}$ добутку проміру на промір і на 3, 14, с. т. $\frac{d^2 \pi}{4}$ (d^2 визначає промір, помножений сам на себе).

Задачі: а) Промір колеса в 1,2 аршина; як довгий обвід колеса? б) Коло має промір в 3,1 саж.; як велике його поле?

§ 96. Поле кругового вирізку рівне половині добутку дуги на луч.

Аби вирахувати поле кругового вирізку, треба з поля відповідного вирізку відняти поле трикутника, утвореного двома лучами та тятивою.

§ 97. Поле еліпси (втягнуте коло) обчисляють на зразок поля кола, тільки замість добутку проміру на самого себе, беруть добуток найбільшого проміру на найменчий.

Задачі: 34. Земля на рівноденнику (на екваторі) має промір в 1719 миль. а) Як довгий рівноденник (екватор)? Яке поле екваторіяльної січіні?

§ 98. Тілом в геометрії звать частину простороні, яка має три виміри: довжину, ширину і товстінъ (висоту).

Простійш усього вирахувати розміри куба. Куб має однакову довжину, ширину та висоту. Дванадцять його рубів є однакової довжини. — Шість стін його мають однакові розміри.

Коли, наприклад кубічна кімната має в довжину, ширину і висоту по 4,1 арш. то поле кожної стіни (муру) рівне $4,1^2$, с. т. $4,1 \times 4,1 = 16,81$ кв. арш., а сума піль усіх стін, стелі і підлоги $16,81 \times 6 = 100,86$ кв. арш. Місткість кімнати рівна $4,1^3$ т. є. $4,1 \times 4,1 \times 4,1 = 68,921$ куб. аршини.

§ 99. Призма є тіло, що має прямокутні стіни, напр. балка, цеглина. Об'єм її обчислюється, помножуючи довжину на ширину і на висоту (товстінъ).

Пр.: Балка довжиною в 3,12 сажн., шириною в 0,28 і товстіною в 0,2 має обем в $3,12 \times 0,28 \times 0,2$ куб. сажн.

$$3,12 \times 0,28 = 0,8736; 0,8736 \times 0,2 = 0,17472 \text{ куб. саж.}$$

§ 100. Піраміда є тіло з простолінійною основою і трикутними боковими стінами, що сходяться в вершкові.

Для обчислення об'єму піраміди помножують площу основи на висоту, а добуток поділяють на 3.

Пр.: Вершок башти має долі форму квадрату, якої кожний бік рівен 3,4 сажн., а висота її рівна 6,1 сажн. Який її об'єм?

$$3,4 \times 3,4 = 11,56; 11,56 \times 6,1 = 70,516; 70,516 : 3 = 23,505 \text{ куб. саж. (об'єм башти є 23,505 куб. саж.)}$$

Задачі: 35. а) Чому рівен об'єм куба, якого руб рівен 0,78 саж.? б) Чому рівна його поверхня? в) Чому рівен об'єм дошки, завдовжки 2,92саж., завширшки 0,43саж., та завтовжки 0,03 саж.? г) Чому рівен об'єм трикутної піраміди, якої площа основи є 7,8 кв. саж., а висота — 4,75 саж.?

§ 101. Валок. (Циліндер) є тіло, якого основи є кола, а бічна поверхня має вигляд дугки.

Аби знайти об'єм валка, помножують площу основи на висоту.

Пр.: Шосовий (брукарський) каток завдовжки 0,6 саж. має промір в 0,72 саж. Чому рівен його об'єм?

Площа основи катку буде

$$\frac{\pi d^2}{4}, \text{ або } \pi r^2 \text{ значить:}$$

$$0,36 \times 0,36 = 0,1276;$$

$$0,1276 \times 3,14 = 0,400664;$$

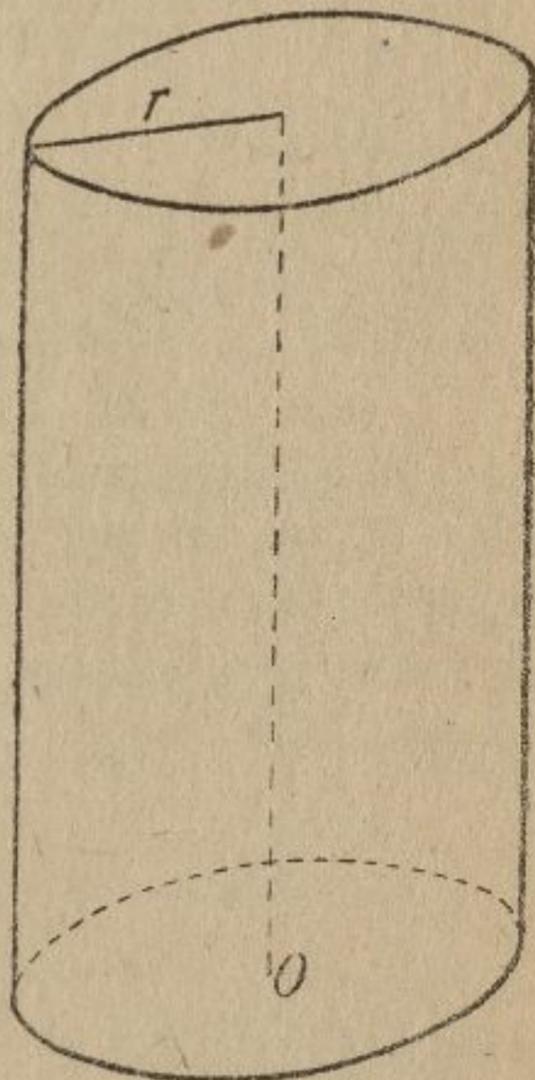
$$0,400664 \times 0,6 = 0,2403984 \text{ куб. саж. (об'єм катку.)}$$

Коли каток зроблений з каменя, який в 1,5 рази важчий води, с. т. має питому вагу 1,5, то як він важкий? 0,2403984 куб. саж. = 0,2403984 . 84 . 84 . 84 цаль (1 куб. саж. = 84³ куб. цалів).

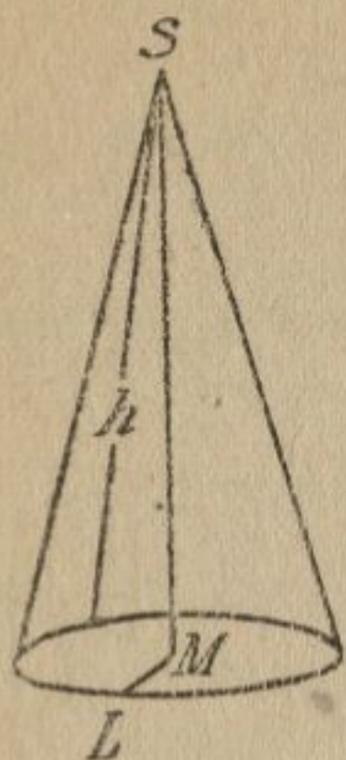
$$84 \times 84 = 7056; 7056 \times 84 = 592704.$$

0,2403984 × 592704 = 142485,0932736 куб. цаль. приблизно 142485 куб. цаль. 1000 куб. цаль води важать 1 пуд; значить такий об'єм води буде важити 142,485 пудів, а каток: 142,485 × 1,5 = 213,7275 пудів.

Коли потрібно зробити на шосу тиск в 400 пудів, то на каток треба навантажити ще 400 — 213,7275 = 186,2725 пудів.



Мал. 7.



Мал. 8.

§ 102. Стіжок (конус) (мал. 8) в тіло з круглою основою, котрого бічна поверхня — закінчена гостро кінцевим вершком

Об'єм стіжка = $\frac{1}{3}$ добутку основи на висоту.

Пр.: Стіжковатий горб має долі промір в 54 сажні і висоту в 32 сажні. Як великий його об'єм?

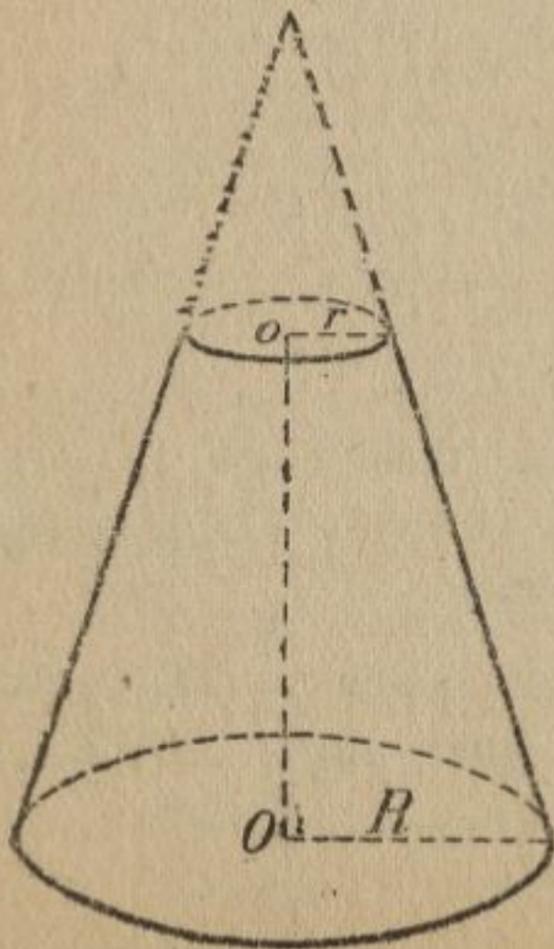
(Поле основи = $\frac{\pi d^2}{4}$.)

$$54 \times 54 = 2916; 2916 \times 3,14 = 9156,24;$$

$$9156,24 : 4 = 2289,06; 2289,06 \times 32$$

$$= 73249,92; 73249,92 : 3 = 24416,64$$

§ 103. Об'єм стіжкового пня (стятий стіжок) (мал. 9) обчислюється: а) точно: обчислюючи з початку об'єм цілого стіжка, потім об'єм стятого вершка і нарешті, віднімаючи останній об'єм від першого; б) наближено: находячи середній промір і потім обчислюючи об'єм катку, що має такий промір.



Мал. 9.

(Ми використаємо тут останній спосіб, тому що він здебільшого дав задовольняючі наслідки, напр. при обчисленні об'єму колоди.)

Пр.: Колода має в довжину 4,1 саж.; промір товстого кінця рівен 0,45 сажн., тонкого — 0,13 сажн. Чому рівен його об'єм?

$$0,45 + 0,13 = 0,58; 0,58 : 2 =$$

$$0,29 \text{ пересічний промір}) 0,29 \times$$

$$0,29 = 0,0841; 0,0841 \times 3,14 =$$

$$0,264074; 0,264074 : 4 = 0,066018;$$

$$0,066018 \times 4,1 = 0,2706738$$

куб. саж.

Так само обчислюють об'єм стятої піраміди.

Задачі: 36. а) Кругинь основи циліндра рівна 3,5 саж., а висота 14,12 саж. Як великий його об'єм? б) Кругинь основи стіжка рівна 4,25 саж., а висота 5,5 саж. Як великий його об'єм? в) Як великий об'єм колоди, що має промір на одному краю 0,23 сажн., на другім 0,20 сажн. і довжину в 3,75 сажн.?

§ 104. Поле найбільшої січіні кулі рівне добутку проміра на промір і на $\frac{\pi}{4}$, або луча на луч і на π .

Поверхня кулі вчетверо більша поля найбільшої січіні, значить, рівна добутку проміру на промір і на π .

Пр.: Куля має промір в 0,81 сажн. а) Чому рівен обвід найбільшої січіні?

$$0,81 \times 3,14 = 2,5434 \text{ саж.}$$

б) Чому рівна площа найбільшої січіні?

$$0,81 \times 0,81 = 0,6561; 0,6561 \times 3,14 = 2,060154; \\ 2,060154 : 4 = 0,5150385 \text{ кв. сажн.}$$

в) Чому рівна поверхня кулі?

$$0,5150385 \times 4 = 2,060154 \text{ кв. саж.}$$

§ 105. Об'єм кулі рівен $\frac{1}{6}$ добутку поверхні на промір, або $\frac{2}{3}$ добутку площі найбільшої січіні на промір, або, $\frac{1}{6}$ добутку проміру на промір, ще раз на промір і на π , або $\frac{1}{6} d^3 \pi$.

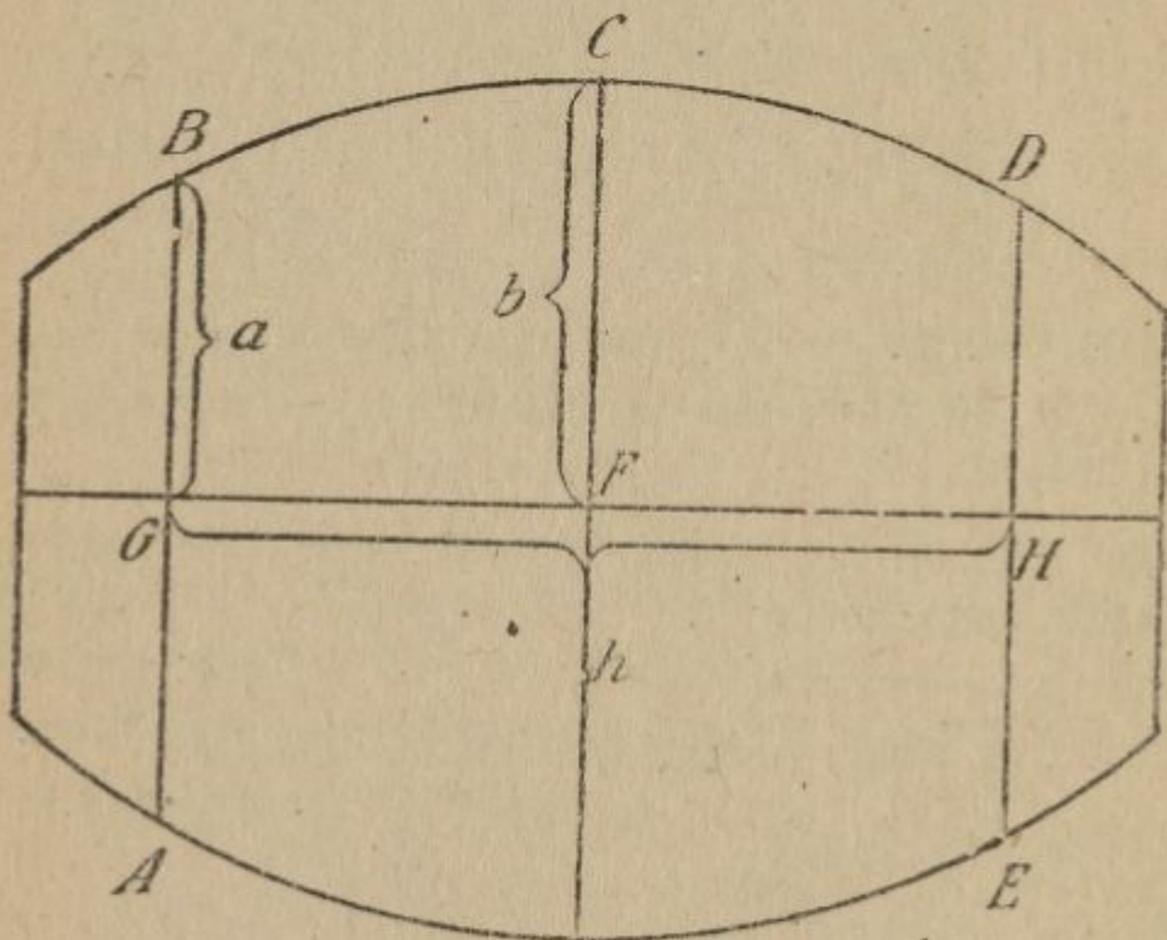
Чому рівен об'єм кулі попередньої задачі? Об'єм = 0,27812079 куб. саж.

Задачі: 37. Промір кулі рівен 0,25 саж.; чому рівен: а) його луч? б) обвід найбільшої січіні? в) площа найбільшої січіні? г) поверхня кулі? і) об'єм кулі?

§ 106. Об'єм кухви (мал. 10) дуже важко обчислити точно. Але досить використати правило Лямберта: Об'єм

кухви одержимо, коли до $\frac{2}{3}$ валка, що має промір, рівний найбільшому проміру кухви, і висоту рівну її висоті, додати $\frac{1}{3}$ валка, що має промір, рівний проміру основи кухви, і висоту, рівну висоті кухви.

Пр.: Кухва має висоту 1,35 арш.; найбільший промір 1,12 арш., а промір основи 1,01 арш. Як великий її об'єм?



Мал. 10.

$1,12 \times 1,12 = 1,2544$; $1,2544 \times 3,14 = 3,938816$;
 $3,938816 : 4 = 0,984704$; $0,984704 \times 1,35 = 1,32935040$ (об'єм
 1^{го} цилін.); $1,32935040 \times 2 = 2,6537008$; $2,6537008 : 3$
 $= 0,8862336$ куб. арш. ($\frac{2}{3}$ об'єму 1^{го} цил.).

$1,01 \times 1,01 = 1,0201$; $1,0201 \times 3,14 = 3,203114$;
 $3,203114 : 4 = 0,8007785$; $0,8007785 \times 1,35 = 1,081050975$
 (об'єм 2^{го} цил.); $1,081050975 : 3 = 0,360350322$ куб арш.
 ($\frac{1}{3}$ об'єму 2^{го} цил.)

$\frac{2}{3}$ об'єму першого циліндра = 0,8862336 куб. арш.

$\frac{1}{3}$ об'єму другого циліндра = 0,360350325 куб. арш.

Об'єм кухви = 1,246583955 куб. арш.

Задачі: 38. Чому рівен об'єм кухви, котрої висота е 0,84 арш., а проміри — 0,64 арш. і 0,56 арш.?

РІЖНІ ЗАДАЧІ.

§ 107. Батькові, матері та дочці укупі 100 років; батькові стільки ж саме років, скільки разом матері та дочці, а мати в $2\frac{1}{2}$ рази старійша від дочки.

Скільки років кождому?

$100 : 2 = 50$ років — вік батька.

Мати	$2\frac{1}{3}$	} = $10\frac{1}{3} = 50$ років; $1\frac{1}{3} = 5$ років	
Дочка	1		
отже матері	$\frac{7}{3} = 35$	} разом 50 „	
дочці	$\frac{3}{3} = 15$		
батькові			50 „

Усього 100 років

§ 108. Злидарь прийшов до лихваря, аби позичити 4 гривні. Лихварь сказав: „Добре я дам тобі; тільки не 4 гривні, а 400 шагів. „Це мені однаково“ відповів злидарь „4 гривні чи 400 ш. це те ж саме“. — „Через місяць“ сказав лихварь, „ти мусиш звернути мені поборговану суму, множену на себе саму“. За місяць горопаху повернувся і приніс лихварю 16 грив. „Адже 4 грив. помножені на себе дадуть 16 грив.“ каже він. „Це мене не торкається“, відповіда лихвар. „Я дав тобі у борг 400 шагів, а 400 шаг. помноженні самі на себе, дають 160000 ш. або 1600 грив. Як погодити суперечність поміж обома розрахунками?

Відповідь: При обчисленнях ми маємо справу з числами, а не з річами. $4 \text{ гр.} \times 4 \text{ гр.}$ або $400 \text{ ш.} \times 400 \text{ ш.}$ це не математична задача.

§ 109. Хтось на запитання, скільки йому років відповів: „Мені разом з жінкою 58 років, а перед 26ма роками я був удвічі старійший від жінки“. Скільки йому років?

По 26 років, у всякім разі, прожили обоє; $26 \times 2 = 52$. Віднімаючи ці 52 роки від 58, одержимо 6 років, з котрих на чоловіка припадає $\frac{2}{3}$, а на жінку $\frac{1}{3}$.

Отже, чоловікові $26 + 4 = 30$ років

жінці $26 - 2 = 28$

разом 58 років

§ 110. Аби знайти пересічну температуру дня, стежують температуру в 7 год. ранку, 2. год. опівдні 9. год. вечером. Коли додати до себе ранішню, денну і подвоєну вечірню температуру і поділити суму на 4, то одержиться величинь, досить близька до дійсної пересічної температури дня. Коли напр. в 7. год. ранку було $6^{\circ},7$, в 2. год. опівдні $9^{\circ},2$ і в 9. год. у вечері $7^{\circ},2$, то виходить пересічннн величинь:

$$\frac{6,7^{\circ} + 9,2^{\circ} + (7,2^{\circ} \times 2)}{4} = \frac{6,7^{\circ} + 9,2^{\circ} + 14,4^{\circ}}{4} = \frac{30,3^{\circ}}{4} = 7,6^{\circ}$$

В той день, коли були переведені ці дослідн, максимальна (найвища) температура була $10,5^{\circ}$, а мінімальна (найнижча) $5,8^{\circ}$; пересічна лише з цих двох стежинь виявилась би значно, а саме як раз на півступінн, відхиленого від наведеної правдивої пересічної температури.

§ 111. Праця парових машин висловлюється кінськими силами, дінамо-машини — кильоватими; кінська сила становить 0,736 кильовата. Коли для електро-вигуна потрібно на протязі 3 години роботи по 5 кильоватів, тоді ціла витрата току буде складати $5 \times 3 = 15$ кильоват-годин. Коли кильоват-година коштує 60 коп. то 16-свічна лампочка обійдеться $\frac{55.50}{100} = 3,3$ коп. у годину.

Скільки вона буде коштувати на протязі 150 днів при 4,5 годинах горіння пересічно?

$$3,3 \text{ коп.} \times 150 \times 4,5 = 22 \text{ карб.} \text{ } 275 \text{ коп.}$$

§ 112. Квадратура кола є це задача, в котрій потрібно збудувати квадрат, що має площу, рівну площі даного кола. Цю задачу неможливо розв'язати точно. Нею займались найвидатніші математики. Всі зусилля були звернені на

те, аби знайти сталі відношення між промірами та кру-
жиню кола. Але, на жаль, кружинь не висловлюється через
промір точно. Їхне відношення рівне безкрайньому дробу,
відомому під назвою числа π . В найдавнішому математич-
ному пам'ятникові, папірусі Ринда, вказано наступний спосіб
для наближеної квадратури кола: поділити промір на
дев'ять рівних частин, взяти вісім з цих частин і прийняти
одержаний відрізок за рамено квадрату, який шукають.
Коли на підставі цього способу обчислити число π , то
воно буде рівним 3,1604, в той час як справді воно =
3,14159... Помилка, значить, складає усього 0,02, так що
цей спосіб порівнюючи дуже точний.

Таблиці.

I. Пітагорова таблиця множення.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

II. Видатні числа і їхні частини.

160 $\frac{1}{2} = 80, \frac{1}{3} = 53\frac{1}{3}, \frac{1}{4} = 40, \frac{1}{5} = 32, \frac{1}{6} = 26\frac{2}{3}, \frac{1}{8} = 20.$

96 $\frac{1}{2} = 48, \frac{1}{3} = 32, \frac{1}{4} = 24, \frac{1}{6} = 16, \frac{1}{8} = 12, \frac{1}{12} = 8.$

72 $\frac{1}{2} = 36, \frac{1}{3} = 24, \frac{1}{4} = 18, \frac{1}{6} = 12, \frac{1}{8} = 9, \frac{1}{9} = 8.$

48 $\frac{1}{2} = 24, \frac{1}{3} = 16, \frac{1}{4} = 12, \frac{1}{6} = 8, \frac{1}{8} = 6, \frac{1}{12} = 4, \frac{1}{16} = 3.$

III. Таблица множення від 11 × 11 до 30 × 30.

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
11	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220	231	242	253	264	275	286	297	308	319	330
12	—	144	156	168	180	192	204	216	228	240	252	264	276	288	300	312	324	336	348	360
13	—	—	169	182	195	208	221	234	247	260	273	286	299	312	325	338	351	364	377	390
14	—	—	—	196	210	224	238	252	266	280	294	308	322	336	350	364	378	392	406	420
15	—	—	—	—	225	240	255	270	285	300	315	330	345	360	375	390	405	420	435	450
16	—	—	—	—	—	256	272	288	304	320	336	352	368	384	400	416	432	448	464	480
17	—	—	—	—	—	—	289	306	323	340	357	374	391	408	425	442	459	476	493	510
18	—	—	—	—	—	—	—	324	342	360	378	396	414	432	450	468	486	504	522	540
19	—	—	—	—	—	—	—	—	361	380	399	418	437	456	475	494	513	532	551	570
20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	400	420	440	460	480	500	520	540	560	580	600
21	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	441	462	483	504	525	546	567	588	609	630
22	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	484	506	528	550	572	594	616	638	660
23	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	529	552	575	598	621	644	667	690
24	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	566	590	614	638	662	686	710
25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	600	624	648	672	696	720
26	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	625	650	675	700	725
27	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	676	702	728	754
28	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	729	756	783
29	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	784	812
30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	840
30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	900

IV. Таблиця квадратів і кубів чисел від 1 до 100.

Добуток якого-будь числа на самого себе зветься його квадратом; добуток квадрата даного числа на це саме число зветься його кубом.

Числа	Квадр.	Куби	Числа	Квадр.	Куби
1	1	1	51	2601	132651
2	4	8	52	2704	140608
3	9	27	53	2809	148877
4	16	64	54	2916	157464
5	25	125	55	3025	166375
6	36	216	56	3136	175616
7	49	343	57	3249	185193
8	64	512	58	3364	195112
9	81	729	59	3481	205379
10	100	1000	60	3600	216000
11	121	1331	61	3721	226981
12	144	1728	62	3844	238328
13	169	2197	63	3969	250047
14	196	2744	64	4096	262144
15	225	3375	65	4225	274625
16	256	4095	66	4356	287496
17	289	4913	67	4489	300763
18	324	5832	68	4624	314432
19	361	6859	69	4761	328509
20	400	8000	70	4900	343000
21	441	9261	71	5041	357911
22	484	10648	72	5184	373248
23	529	12167	73	5329	389017
24	576	13824	74	5476	405224
25	625	15625	75	5625	421875
26	676	17576	76	5776	438976
27	729	19683	77	5929	456533
28	784	21952	78	6084	474552
29	841	24389	79	6241	493039
30	900	27000	80	6400	512000
31	961	29791	81	6561	531441
32	1024	32768	82	6724	551368
33	1089	35937	83	6889	571787
34	1156	39304	84	7056	592704
35	1225	42875	85	7225	614125
36	1296	46656	86	7396	636056
37	1369	50653	87	7569	658503
38	1444	54872	88	7744	681472
39	1521	59319	89	7921	704969
40	1600	64000	90	8100	729000
41	1681	68921	91	8281	753571
42	1764	74081	92	8464	768688
43	1849	79507	93	8649	804357
44	1936	85184	94	8836	830584
45	2025	91125	95	9025	857375
46	2116	97336	96	9216	884736
47	2209	103823	97	9409	912673
48	2304	110592	98	9604	941192
49	2401	117649	99	9801	970299
50	2500	125000	100	10000	1000000

Таблиці перетворення мір.

А. Перетворення метричних мір на українські.

І. Лінійні міри.

	Міліме- три в	Міліме- три в	Метри в			Метри в			Кілометри в	
	Цалі	Вершки	саж.	фут.	цалі	саж.	арш.	верш.	верст.	саж.
1	0,03937	0,02250	0	3	3,371	0	1	6,498	0	468,7
2	0,07874	0,04500	0	6	6,742	0	2	12,995	1	437,4
3	0,11811	0,06749	1	2	10,112	1	1	3,493	2	406,1
4	0,15748	0,09000	1	6	1,483	1	2	9,990	3	374,8
5	0,19685	0,11249	2	2	4,854	2	1	0,488	4	343,5
6	0,23622	0,13499	2	5	8,225	2	2	6,986	5	312,2
7	0,27560	0,15748	3	1	11,596	3	0	13,483	6	280,9
8	0,31497	0,17998	3	5	2,966	3	2	3,981	7	249,6
9	0,35434	0,20248	4	1	6,337	4	0	10,478	8	218,3
10	0,39371	0,22498	4	4	9,108	4	2	0,976	9	187,0
20	0,78742	0,44995	9	2	7,416	9	1	1,952	18	374
30	1,18122	0,67493	14	0	5,124	14	0	2,928	28	61
40	1,57483	0,89990	18	5	2,832	18	2	3,904	37	248
50	1,96854	1,12488	23	3	0,539	23	1	4,880	46	435
60	2,36225	1,34986	28	0	10,247	28	0	5,856	56	122
70	2,75596	1,57483	32	5	7,955	32	2	6,832	65	309
80	3,14966	1,79981	37	3	5,663	37	1	7,808	74	496
90	3,54337	2,02478	42	1	3,371	42	0	8,783	84	183
100	3,93708	2,24976	46	6	1,079	46	2	9,759	93	370
200	7,87416	4,49952	93	5	2,158	93	2	3,519	187	240
300	11,81124	6,74928	140	4	3,237	140	1	13,278	281	110
400	15,74832	8,99904	187	3	4,316	187	1	7,038	374	480
500	19,68539	11,24880	234	2	5,395	234	1	0,797	468	349,9
600	23,62247	13,49856	281	1	6,474	281	0	10,557	562	219,9
700	27,55955	15,74832	328	0	7,553	328	0	4,316	656	89,9
800	31,49663	17,99808	374	6	8,632	374	2	4,075	749	459,9
900	35,43371	20,24784	421	5	9,711	421	2	7,835	843	329,9
1000	39,37079	22,49759	468	4	10,790	468	2	1,594	937	199,9

II. Квадратові міри.

	кв. сантиметри		кв. метри			Гектари		кв. кіло- метри в кв. перстві	
	в кв. цалі	в кв. вершки	в кв. саж.	в кв. фути	в кв. аршини	дес.	кв. саж.		
1	0,155005	0,050614	0,219680	10,764299	1,977116	0	2197	0,8787	1
2	0,310010	0,101228	0,439359	21,528599	3,954232	1	1994	1,7574	2
3	0,465016	0,151843	0,659039	32,292898	5,931349	2	1790	2,6362	3
4	0,620021	0,202457	0,878718	43,057197	7,908465	3	1587	3,5149	4
5	0,775026	0,253071	1,098398	53,821497	9,885581	4	1384	4,3936	5
6	0,930031	0,303685	1,318077	64,585796	11,862697	5	1181	5,2723	6
7	1,085036	0,354299	1,557757	75,350095	13,839813	6	978	6,1510	7
8	1,240042	0,404913	1,757437	84,114395	17,794046	7	774	7,0297	8
9	1,395047	0,455528	1,977116	96,878694	19,771162	8	571	7,9085	9

III. Кубічні міри і міри місткості.

	куб. сантiм. в куб. цалях	куб. метри		Літри		
		в куб. фути	в куб. саж.	в куб. цалях	у відрах	
1	0,061027	35,317	0,10296	61,03	0,0813	1
2	0,122054	70,633	0,20593	122,05	0,1626	2
3	0,183081	105,950	0,30889	183,08	0,2439	3
4	0,244108	141,266	0,41185	244,11	0,3252	4
5	0,305135	176,583	0,51482	305,14	0,4065	5
6	0,366162	211,890	0,61778	366,16	0,4878	6
7	0,427189	247,216	0,72075	427,19	0,5692	7
8	0,488216	282,533	0,82371	488,22	0,6505	8
9	0,549243	317,849	0,92667	549,24	0,7318	9

IV. Міри ваги.

	Мілігра- ми в долях	Грами в		Кілограми в			
		ЗОЛОТЯ.	ДОЛЯХ	ЛУДАХ	ХУНТАХ	ЗОЛОТЯ.	
1		—		—	2	42	1
2		—		—	4	85	2
3		—		—	7	32	3
4		—		—	9	74	4
5		1		—	12	20	5
6		1		—	14	63	6
7		1		—	17	9	7
8		1		—	19	51	8
9		2		—	22	94	9
10		2		—	24	40	10
20		4		1	3	81	20
30		7		1	33	25	30
40		9		2	17	65	40
50		11		3	2	10	50
60		14		3	26	50	60
70		16		4	10	90	70
80		18		4	35	35	80
90		21		5	19	75	90
100		23		6	4	19	100
200		46		12	8	37	200
300		70		18	12	56	300
400		93		24	16	74	400
500		117		30	20	93	500
600		140		36	25	15	600
700		164		42	29	34	700
800		187		48	33	52	800
900		210		54	37	71	900
1000		234		61	1	90	1000

Б. Перетворення українських мір на метричні.

I. Лінійні міри.

	Цалі в сантимет.	Вершки в сантимет.	Фути в метрах	Аршини в метрах	Сажні в метрах	Верстви в кіло- метрах	
1	2,53995	4,4449	0,30479	0,71119	2,13356	1,06678	1
2	5,07991	8,8898	0,60959	1,42237	4,26712	2,13356	2
3	7,61986	13,3348	0,91438	2,13356	6,40068	3,20034	3
4	10,15982	17,7797	1,21918	2,84475	8,53425	4,26712	4
5	12,69977	22,2246	1,52397	3,55594	10,66781	5,33330	5
6	15,23972	26,6695	1,82877	4,26712	12,80137	6,40068	6
7	17,77968	31,1144	2,13356	4,97830	14,93493	7,46746	7
8	20,31963	35,5593	2,43836	5,68950	17,06849	8,53425	8
9	22,85959	40,0043	2,74315	6,40063	19,20205	9,60103	9

II. Міри на поверхні та місткість.

	куб. фути в куб. метрах	куб. сажні в куб. метрах	Десятини в гектарах	куб. верстки в куб. кіломет.	куб. цалі в куб. сантиметрах	куб. фути в куб. метрах	куб. саж. в куб. метрах	Відра в літрах	
1	0,0929	4,5521	1,0925	1,13802	16,386	0,0283	9,712	12,299	1
2	0,1858	9,1042	2,1850	2,27604	32,772	0,0566	19,424	24,598	2
3	0,2787	13,6563	3,2775	3,41406	49,158	0,0849	29,136	36,897	3
4	0,3716	18,2084	4,3700	4,55208	65,545	0,1133	38,849	49,195	4
5	0,4645	22,7605	5,4625	5,69010	81,931	0,1416	48,561	61,495	5
6	0,5574	27,3126	6,5550	6,82812	98,317	0,1699	58,273	73,794	6
7	0,6503	31,8647	7,6475	7,96614	114,703	0,1982	67,985	86,902	7
8	0,7432	36,4168	8,7400	9,10416	130,089	0,2265	77,697	98,391	8
9	0,8361	40,9688	9,8325	10,24218	147,475	0,2548	87,409	110,690	9

III. Міри на вагу.

	Долі в міліграмах	Золотники в грамах	Хунти в кілько- грамах	Пуди в кілько- грамах	
1	44,43	4,2657	0,409	16,380	1
2	88,87	8,5315	0,819	32,761	2
3	133,30	12,7972	1,228	49,141	3
4	177,74	17,0630	1,638	65,522	4
5	222,17	21,3287	2,047	81,902	5
6	266,01	25,5945	2,457	98,282	6
7	311,04	29,8602	2,866	114,663	7
8	355,49	34,1260	3,276	131,043	8
9	399,01	38,3917	3,685	147,424	9

Перетворення десяткової ваги на аптичну і павсяк.

Грами	Аптична вага	Апт. вага	Грами
0,001	0,016 гр.	1 гран	0,002
0,002	0,032 „	2 „	0,124
0,003	0,048 „	3 „	0,187
0,004	0,064 „	4 „	0,249
0,005	0,080 „	5 „	0,311
0,006	0,096 „	6 „	0,373
0,007	0,112 „	7 „	0,435
0,008	0,128 „	8 „	0,498
0,009	0,144 „	9 „	0,560
0,01	0,160 „	10 „	0,622
0,02	0,321 „	11 „	0,684
0,03	0,482 „	12 „	0,746
0,04	0,643 „	13 „	0,809
0,05	0,803 „	14 „	0,871
0,06	0,964 „	15 „	0,933
0,07	1,125 „	16 „	0,995
0,08	1,286 „	17 „	1,057
0,09	1,446 „	18 „	1,110
0,1	1,607 „	19 „	1,182
0,2	3,215 „	20 „ — 1 скр.	1,244
0,3	4,822 „	2 скр.	2,488
0,4	6,430 „	3 „ — 1 дрх.	3,732
0,5	8,037 „	2 драх.	7,464
0,6	9,645 „	3 „	11,971
0,7	11,252 „	4 „	14,929
0,8	12,860 „	5 „	18,662
0,9	14,457 „	6 „	22,334

Грами	Аптична вага	Апт. вага	Грами
1	16,075 гр.	7 др.	26,126
2	1 ск. 12,151 "	8 др. = 1 унц.	29,859
3	2 " 8,226 "	2 унції	59,718
4	1 др. 4,302 "	3 "	89,577
5	1 " 1 " 0,377 "	4 "	119,436
6	1 " 1 " 16,453 "	5 "	149,295
7	1 " 2 " 12,528 "	6 "	179,154
8	2 " 8,604 "	7 "	209,013
9	2 " 1 " 4,679 "	8 "	238,873
10	2 " 2 " 0,755 "	9 "	268,732
20	5 " 1 " 1,510 "	10 "	298,591
30	1 унц. 2,265 "	11 "	328,450
40	1 " 2 " 2 " 3,020 "	12 = 1 хунту.	358,309
50	1 " 5 " 1 " 3,775 "	2 X.	716,619
60	2 " 4,530 "	3 "	1074,928
70	2 " 2 " 2 " 5,285 "	4 "	1433,239
80	2 " 5 " 1 " 6,040 "		
90	3 " 6,795 "		
100	3 " 2 " 2 " 7,55 "		
200	6 " 5 " 1 " 15,10 "		
300	10 " 1 " 2,65 "		
400	1 X. 1 " 3 " 10,20 "		
500	1 " 4 " 5 " 2 " 17,75 "		
600	1 " 8 " 2 " 5,30 "		
700	1 " 11 " 3 " 1 " 12,85 "		
800	2 " 2 " 6 " 1 " 0,40 "		
900	2 " 6 " 1 " 7,95 "		
1000	2 " 9 " 3 " 2 " 15,5 "		

Вічний календар.

Числа		Ч.	Дні	Місяці	М.	Роки					А.		
1	8	15	22	29	1	Неділя	Березиль	3	00	28	56	84	0
2	9	16	23	30	2	Понеділок	Квітень	6	01	29	57	85	1
3	10	17	24	31	3	Вівторок	Травень	1	02	30	58	86	2
4	11	18	25		4	Середа	Червень	4	03	31	59	87	4
5	12	19	26		5	Четвер	Липень	6	04	32	60	88	5
6	13	20	27		2	П'ятниця	Серпень	2	05	33	61	89	6
7	14	21	28		5	Субота	Вересень	5	06	34	62	90	0
					0	Неділя і т. д.	Жовтень	0	07	35	63	91	1
					9		Листопад	9	08	36	64	92	3
					5		Грудень	5	09	37	65	93	4
					0(6)		Січень *)	0(6)	10	38	66	94	5
					3(2)		Лютий	3(2)	11	39	67	95	6
									12	40	68	96	1
									13	41	69	97	2
									14	42	70	98	3
									15	43	71	99	4
									16	44	72		6
									17	45	73		0
									18	46	74		1
									19	47	75		2
									20	48	76		4
									21	49	77		5
									22	50	78		6
									23	51	79		0
									24	52	80		2
									25	53	81		3
									26	54	82		4
									27	55	83		5

Юл. століття	Ю.	Грегорианські століття	Г.
0	5	15	1
1	4	16	0
2	3	17	3
3	2	18	6
4	1	19	
5	0	20	
6	6	21	
7	5	22	
8	4	23	
9	3	24	
10	2	25	
11	1	26	
12	0	27	
13	6	28	
		29	
		30	
		31	

ПРАВИЛА ДЛЯ ЮЛІАНСЬКОГО КАЛЕНДАРЯ.

Складіть чотири числа Ч, М, Ю і А, відповідаючи даному дню, і відшукajte суму в таблиці „числа“; в одній з нею стрічці ви знайдете потрібний день в тиждні.

Приклад: В який день було 12. жовтня 1492 р.?

Число 12 Ч = 5
 Місяць жовтень М = 0
 Століття 14 Ю = 5
 Рік 92 А = 3

Сума = 13
 Відповідь: У п'ятницю.

ПРАВИЛА ДЛЯ ГРЕГОРИАНСЬКОГО КАЛЕНДАРЯ.

Складіть Ч, М, Г і А і по сумі в таблиці „числа“ знайдете потрібний вам день.

Приклад: В який день було 15. жовтня 1582 р.?

Числа 15 Ч = 1
 Місяць жовтень М = 0
 Століття 15 Г = 1
 Рік 82 А = 4

Сума = 6
 Відповідь: У п'ятницю.

*) В переступні роки дні січня і лютого треба брати цифри в скобках.

Монети, міри та вага у різних державах.

Назви країн і держав подано в скобках скорочено.

Пояснення скорочень:

Аб. — Абіссія	Гол. — Голандія	Пор. — Португалія
Ав. — Австрія	Гон. — Гондурас	Перс. — Персія
Ав. У. — Австро-Угорщ.	Гр. — Греція	Пру. — Прусія
Ан. — Анам	Да. — Данія	Рум. — Румунія
Анд. — Андора	Ес. — Еспанія	Сам. — Самос
Арг. — Аргентина	Ег. — Єгипет	С. — Сіям
Аф. — Афганістан	Ін. — Індія	Скс. — Саксонія
Бв. — Баварія	Іт. — Італія	Сп. Ш. — Сполучені Штати
Бе. — Бельгія	Кнд. — Канада	Срб. — Сербія
Бд. — Баден	Кор. — Корея	Ту. — Туреччина
Бі. — Бірма	Лб. — Ліберія	Укр. — Україна
Бл. — Болгарія	Ліх. — Ліхтенштайн	Ур. — Урагвай
Блв. — Болівія	Люк. — Люксембург	Фін. — Фінляндія
Бр. — Бразилія	Мар. — Мароко	Фр. — Франція
Бух. — Бухара	Мек. — Мексіко	Цн. Ам. — Центральна Америка
Вл. Бр. — Велико-Британія	Мон. — Монако	Хи. — Хива
Вен. — Венеція	Мос. — Московщина	Хі. — Хіни
Вір. — Віртембергія	На. — Насав	Чі. — Чілі
Гав. — Гаваї	Нід. — Нідерланди	Чор. — Чорногора
Гай. — Гайті	Нім. — Німеччина	Шва. — Швейцарія
Гам. — Гамбург	Нор. — Норвегія	Шве. — Швеція
Ган. — Гановер	Ом. — Оман	Яп. — Японія
Ге. — Гессен	Па. — Парагвай	
Го. — Гомитинія	Пер. — Перу	
	Пн. Ам. — Північна Америка	

А. Монети.

Бат (Сі., Бі.) = 2 гр. $34\frac{2}{3}$ шаг.	Доляр = 100 центів (Сп. Ш. Пн. А., Лб., Кнд., Гав.)
Болівар (Вен.) = 75 шаг.	= 3 гр. $88\frac{2}{5}$ шаг. (Гон.)
Гелер — сотик (Ав. У.) див. корона	= 3 гр. $79\frac{1}{2}$ шаг.
Гульден — 100 центів (Нід.) = 1 гр. 56 шаг.	Драхма = 100 лепт (Гр.) = 75 шаг.
Гривна (Укр.) = 100 шаг.	Йора = (Шве., Нор., Да.) див. корона
Дінар (Срб.) = 100 пара = 75 шаг.	Іен = 100 сен (Яп.) = 3 гр. $95\frac{1}{2}$ шаг. (золотий); 2 гр. 30 шаг. (срібляний)

Лунг (Кор.) = $92\frac{2}{3}$ шаг.
 Копейка (Мос.) = 2 шаг.
 Кран (Прс.) = 75 шаг.
 Крона — корона = 100 йар.
 (Шве., Нор., Да.) = 1 гр.
 4 шаг. = 100 гелерів-сотиків
 (Ав. У.) = $78\frac{3}{4}$ шаг.
 Лев (давня монета галицької
 України від кн. Лева) = 2
 австр. коронам. (Назва
 уживається до нині)
 Лева (Бл.) = 100 стотинків
 = 75 шаг.
 Лепта (Гр.) див. Драхма
 Лей (Рум.) = 75 шаг.
 Лира = 100 чентезімо (Іт.)
 = 75 шаг.
 Марка (Нім.) = $92\frac{2}{3}$ шаг.
 = 100 пфенігів (Фін. =
 100 пенні = 75 шаг.
 Пара (Срб., Тур., Ег.) див.
 піастр, дінар
 Пезета = 100 чентезімо (Ес.)
 = 75 шаг.
 Пезо = 100 центаво (Мек.)
 = 4 гр. 11 шаг.
 Пенс (Вл. Бр.) див. хунт стер-
 лінгів, шілінг.
 Пенні (Фін.) див. марка
 Піастр = 40 пара (Тур.)
 $8\frac{1}{2}$ шаг.; Ег. = $9\frac{1}{2}$ шаг.
 Пфеніг — феник (Нім.) див.
 марка
 Рубль (Мос.) = 2 гривням
 = 200 шаг.
 Рупія (Ін.) = 1 гр. 1 шаг.
 Сантім (Фр.) див. франк
 Сен (Яп.) див. ієн
 Соль (Перу.) = 3 гр. 75 шаг.
 Таель (Хі.) номінально 5 гр.
 76 шаг. по курсу біля 4 гр.
 14 шаг.
 Туман (Прс.) = 7 гр. 50 ш.

Франк = 100 сантиметів (Фр.)
 = 75 шаг.
 Хунт стерлінгів = 20 шілін-
 гів = 240 пенсів (Вел. Бр.)
 = 18 гр. 90 шаг.
 Цент (Нід., Сп. Ш.) див.
 доляр, гульден
 Чентезімо (Іт.) див. ліра
 Шаг (Укр.) = $\frac{1}{100}$ гривні
 Шілінг = 12 пенсів (Вел. Бр.)
 = $94\frac{1}{2}$ шаг.

Б. Міри і ваги.

В цій таблиці всі міри висловлені
 мірами метричної системи, кот-
 рою користаються майже у всіх
 цивілізованих країнах. Скороч-
 чення, прийняті для означення
 метричних мір наступні:

m — метр, dm — дециметр, cm —
 сантиметр, mm — міліметр, km —
 кілометр, qm (m²) — кв. метр, a —
 ар, ha — гектар, qkm — кв. кіло-
 метр, cbm (m³) — куб. метр, l — літр,
 hl — гектолітр, g — грам, kg —
 кілограм, mg — міліграм.

Акр (Анг., Сп. Ш.) = 40,047 а.
 Аршин (Укр.) = 10 верш-
 кам = 0,711 m; (Прс.) =
 1,13 m; (Тур.) = 1 m.
 Ар (в державах, де вжива-
 ють метричну систему)
 = 100 qm = 21,968 кв. саж.
 Барель (Вл. Бр. = 163,56-л;
 (Сп. Ш. Пн. Ам.): для нафти
 158,98-л; для пива 117,3-л;
 для інших рідкостей 113,5-л;
 Бушель (Вл. Бр.) = 36,35-л.
 (Сп. Ш.) = 35,23-л.
 Батман (Бух., Хи.) = 127,8 kg.
 Бочка (Мос.) = 40 відрам
 = 325,2278 вл.
 Ва (Сі.) = 2 m.

- Верства (Укр.) = 500 саж.
= 1,067 km.
- Відро (Укр.) = 10 штофам
= 100 чаркам = 12,299-л.
- Вузол — див. морська миля
- Гальон (Бл. Бр.) = 8 пінтам
= 4,543-л.
- Гарнець (Укр.) = 0,00476-л.
- Географічна миля =
7,420 km.
- Гектар (держави з метричною системою = 100 а.
= 10000 кв. м. = 0,915 десятини
- Гекто додається до назв метричних мір і означає 100
- Гектолітр (держави з метр. сист.) = 100-л = 6102,705 куб. дал. = 3811 четверика
- Гони (Укр.) = 120 саж. удовж.
- Грам (держ. з метр. сист.) = 0,2344 золотн. = 22,5 долям
- Гран (Укр.) = 0,0622 г.
- Дека — додається до назв метричних мір для означення 10
- Деці — додається до назв метр. мір для означення $\frac{1}{10}$
- Десятина (Укр.) = 1,0925 кв. саж.
= 2400 кв. саж.
- Дра (Мар.) = 57,1 см.
- Драа (Тур.) = 67 см; (Ар.) 48 см.
- Драхма (укр. ант. вага) = 3 скрупулям = 60 гравам
= 3,732 г
- Доля (Укр.) = 44,43 мг.
- Дюйм (Мос., Англ.) = цаля (Укр.) = 2,54 см.
- Золотник (Укр.) = 96 долям
= 4,2657 g.
- Ін (Хі.) = 3,58 м.
- Йох (Авс.) = 57,554 а.
- Канді (Ом.) = 4,85 kg.
- Кеун = 10 піона = 100 тон
= 1000 поун = 10000 рі (Кор.) = 0,608 kg.
- Квартер (Вл. Бр., Сп. Ш.) = 28 хунтам (англ. торгов.) = 12,7 kg.
- Кварта (Пру.) = 1,145-л.; (Вл. Бр.) = 1,136-л.
- Кватирка (Укр.) = 2 кручки
= 0,246-л.
- Квінтал = 4 арабас (Блв.)
= 46 kg.
- Кільо додається до назв метричних мір для означення 1000
- Кільометр (метрич. систем) = 1000 м = 0,937 верстви
- Кільограм (метрич. систем) = 1000 г = 2,4419 хунт.
= 2 х. 42 золотн. 40,859 доль.
- Кінтар = 100 арталь (Мар.)
= 50,8 kg.
- Кіон = 160 м (Яп.) = 622,4 kg.
- Кляфтер (Ав.) = 1,896 м.
- Корець (Укр.) = 4 мірки
= 13,1195-л.
- Кручок (Укр.) = 1 сотка
= $\frac{1}{100}$ відра = 0,123-л.
- Кубіт (Ост. Інд.) = 45,7 м.
- Кухва (Укр.) = 40 відер
= 325,2278 hl.
- Ласт (Мос.) = 12 четвертям
= 24 асьмінам = 365,88 hl.
- Лі (Кор.) = 403 м; (Англ.) 445 м; (Хі) 550 м.

Лінія (Мос.) = 10 точкам
= 2,54 mm.

Літр (метр. сист.) = 0,0813
відра = 0,038 мірки =
61,027 куб. цалі

Лот (Укр.) = 3 золотн. =
288 долям = 12,797 g.

Локоть (Вл. Бр.) 1,14 m;

Ляхтер (Пру.) = 2,092 m;
(Скс.) 2 m; (Ав.) 1,957 m.

(Гай.) 1,19 m; (Нід. - амстер-
дамський Л.) 68,78 cm;
(Бе. - брабанський Л.) 60
cm; (Ав.) 77,92 cm; (Пру.)
66,69 cm; (Скс.) 56,64 cm.

Льв (Фр.) — колишне Л. =
4,452 km; нове Л. = 10 km.

Ме (Яп.) = 3,78 kg.

Метр, основна міра метрич-
ної системи, яка вжива-
ється в Ав. У., Анд., Арг.
республіці, Бе., Бл., Блв.,
Бр., Вен., Гр., Да., Ег., Іт.,
Ліх., Люк., Мек., Мон., Нід.,
Нім., Нор., Па., Прс., Пер.,
Пор., Рум., Сам., Срб.,
Тур., Ур., Фр., Цн. Ам.,
Чі., Чор., Шва., Шве.
і Ес. Метр дуже незначно
(прибл. на 2 mm) відріж-
няється від довжини од-
ної десятиміліїонової час-
тини чверти Парижського
меридіана. Метр = 10 деци-
метрам = 100 сантиметр.
= 1000 міліметр. = $\frac{1}{10}$ де-
каметра = $\frac{1}{100}$ гекто-
метра = $\frac{1}{10000}$ міріаметра
= 1,4061 арш. = 0,469 саж.
= 22,497 вершка = 3,28
фута = 39,37 цаль.

Мілі — додається до назв
метр. мір для означення
 $\frac{1}{1000}$

Миля географічна див. гео-
граф. м.; (Пру. і Да.) 7,536
km.; (Нор.) 11,299 km;
(Шве.) 10,692 km; (Ав.)
7,586 km; (Ес.) 6,687 km;
(Пор.) 5 km; (Анг. і Сп. Ш.)
1,609 km; морська м. (ву-
зоя) = 1,609 km.

Мікрон (метр. сист.) на на-
уковій мові $\frac{1}{1000}$ мілі-
метра (означає „як р.“)

Міліметр (метричний сист.)
= 0,337 лінії

Міліграм (метричний сист.)
= 0,0225 доли

Мірія — додається до назв
метричних мір для озна-
чення 100.

Міскал = 24 нехудь = 96
гендум (Прс.) = 0,00459 kg.

Морґен (Пру.) = 180 кв.
рут. = 25,532 а; (Бв.)
= 400 кв. рут. = 34,07 а;
(Скс.) = 150 кв. рут. =
27,671 а; (Вір.) = 384 кв.
рут. = 36 а; (Ге.) = 400 кв.
рут. = 25 а.

Мірка = 1 четверику (Укр.)
= 8 гарцям = 0,11808-л.

Морг (Укр.) = 1230 кв.
сажн.

Мун = 640 міскаль (Аф.)
= 2,944 kg.

Ока = (Бл.) = 1,278 kg.

Око (Укр.) = 3 хунтам =
96 лотам = 1,2285 kg;
око = 1 штофу = 2 пляш-
кам = 1,2299 л.

Пік (Лб.) = 1 m.

Пікі (Гр.) = 1 m.

- П'ясуль (Яп.) = 100 кеті = 57,962 kg; (Хі. і Сі.) = 100 кеті = 1600 таелів = 60,48 kg.
 Пінта (Анг.) = 0,568 л.
 Пляшка (Укр.) = $\frac{1}{2}$ ока = 0,615 л.
 Пуд (Укр.) = 40 хунтам = 3840 золотн. = 368640 долям = 16,380496 kg.
 Різа (Укр.) = 5 десятин = 5,4625 га.
 Ротель = 12 вакі = 120 дециме (Аб.) = 0,31 kg.
 Рута (Пру.) 3,766 м; (Бв.) 2,918 м; (Скс.) 4,295 м; (Вір.) 2,865 м.
 Сажінь (Укр.) = 3 арш. = 48 вершк. = 7 футам = 84 цалям = 2,1336 м.
 Санті — додається до назв метричних мір для означення $\frac{1}{100}$
 Сантиметер (метр. сист.) = 0,22498 вершка = 0,3937 цалі.
 Скрупул (укр. аптична вага) = 20 гранам = 1,244 g.
 Сотка (Укр.) = 1 кручку = 0,123-л.
 Стер (метр. сист.) = 1 евт.
 Талант = 100 мінам (Гр.) = 150 kg.
 Таель = 10 їн = 100 кандорін = 1000 кет (Хі., Сі.) = 0,38 kg.
 Тона (Ан. і Сп. Ш.) 907,18 kg. (метрична) = 1000 kg.
 Точка (Мос.) = $\frac{1}{10}$ лінії = 0,254 mm.
 Туаз (Фр.) = 1,949 м.
 Унція (апт.) = 8 драхм. = 24 скурпулям = 480 гранам = 29,859 g.
 Фунт (Мос. торговельн.) = 32 лотам = 96 золотн. = 409,5115 g.
 Фунт (Мос. аптич.) = 84 золотникам = 12 унціям = 5760 гранам = 358,309 g.
 Фут (укр., анг.) = 12 цалям = 120 лініям = 30,48 см.; (Пру. і Да.) = 31,4 см.; (Бд., На., Шва.) = 30 см.; (Бв., Ган.) = 29,2 см.; (Скс.) = 28,3 см.; (Вір., Гам., Го.) = 28,6 см.; (Фр., парижський ф.) = 32,5 см.; (Ав.) = 31,6 см.
 Хунт (анг. торгов. Avoirdupois) = 16 унціям = 256 драхмам = 768 скурпулям = 7000 гранам = 453,59 g.
 Хунт (анг. аптичн. і науков., troy pound) = 12 унціям = 240 penny weights = 5760 гранам = 373,241 g.
 Чарка (Укр.) = $\frac{1}{10}$ ока = 0,123 л.
 Час (Нім.) 3,71 км; (Фр.) 4,452 км; (Гол.) 5,565 км; (Шва.) 4,808 км.
 Четверик (Укр.) див. мірка
 Четверть (Укр.) = 8 міркам = 2,0991 hl.
 Шефель (Пр.) 54,962-л; (Бв.) 222,357 л; (Скс.) 103,829 л; (Вір.) 177,226 л.
 Штоф (Мос.) див. Око.
 Еймер (Пр.) = 68,70 л.
 Ярд (Анг.) = 91,4 см = 3 фут

Відповіді на задачі.

Задачі: 1. а) 7 мільйонів, 903 тисячі 546; б) 5 тисячі 600 мільйонів, 457 тисяч 698; в) 60 трильйонів, 340 тисяч 6 білльйонів, 879 тисяч 124 мільйони, 382 тисячі 457.

2. а) 8139; б) 7804; в) 6842107622; г) 364 дерев.

3. а) 3132; б) 868; в) 385; г) 49 яблук.

4. а) 2583294; б) 953876; в) 216315.

5. а) 38 (остача 5); б) 643; в) 10081 (ост. 28); г) 72 (остача 9).

6. а) 2017; б) 32997; в) 6016; г) 2998 (ост. 12);
 і) 2139; д) 1341; е) 17.

7. а) 2, 4, 8; б) 9; в) 3; г) 2, 3, 5, 6, 9; і) 2, 3, 4,
 6, 8, 9, 12; д) 825173; е) 15377750; є) 6789705;
 ж) 115197490; з) 3920586; і) 88888482.

8. а) 100 цаль; б) 48 цаль, 56 цаль, 140 цаль;
 в) 525600 хвил. = 31536000 секунд; г) 2 вер. 458 саж.
 і арш.; і) 4 четвєрті.

9. а) 82 роки і 234 длі; б) 10 листопаду 1482 р.

10. а) Три тисячі чотиреста пятьдесят сім; б) 34 кома
 57, або 34 і 57 сотих; в) 0 кома 347, або 347 тисячних;
 г) 3 кома нуль 47, або 3 цілих 47 тисячних.

11. а) 119,54; б) 789,87; в) 8850,38; г) 143.

12. а) 51,54; б) 120,09; в) 2,7; г) 3,3; і) 88,1.

13. а) 718; б) 336,2; в) 4204,2; г) 30,625; і) 963,09.

14. а) 33,2; б) 170,52; в) 30,45; г) 1,36.

15. а) 62,45; б) 11,178...; в) 1,175; г) 14,48.

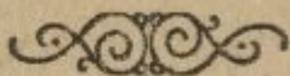
16. а) $3\frac{4}{10}$; б) $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$; в) $18\frac{1}{10}$; г) $2\frac{23}{100}$;
 і) $3\frac{203}{1000}$; ж) $\frac{3}{6}$; $\frac{7}{14}$; $\frac{11}{22}$; $\frac{8}{16}$; е) $\frac{9}{24}$; $\frac{21}{26}$; $\frac{23}{38}$; $\frac{24}{64}$;
 є) $\frac{3}{12}$; $\frac{7}{28}$; $\frac{11}{44}$; $\frac{8}{32}$; ж) $\frac{7}{8}$; з) $\frac{45}{60} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$; і) $91\frac{6}{8} =$
 $= 91\frac{3}{4}$; й) $9\frac{2}{9}$.

17. а) $8\frac{1}{5}$; б) 4; в) $43\frac{5}{8}$; г) $5\frac{157}{252}$.
18. а) $\frac{1}{8}$; б) $\frac{5}{12}$; в) $1\frac{11}{12}$; г) $\frac{57}{182}$; д) $1\frac{1}{2}$; е) $5\frac{3}{4}$.
19. а) $4\frac{1}{8}$; б) $1\frac{3}{4}$; в) $18\frac{3}{8}$; г) $1\frac{5}{7}$.
20. а) 1; б) 1; в) $\frac{18}{143}$; г) 3; д) 11; е) $18\frac{3}{8}$.
21. а) $\frac{1}{7}$; б) $\frac{5}{11}$; в) $\frac{1}{3}$; г) $\frac{6}{49}$; д) $\frac{5}{13}$.
22. а) $1\frac{1}{15}$; б) $3\frac{1}{3}$; в) $1\frac{2}{7}$; г) $\frac{49}{64}$.
23. а) 42 крб.; б) 39 крб. 4 коп.; в) 18 крб. 45 коп.
24. а) 205, б) 5 тижн. 1 день; в) 11 вершк.
25. а) 111 крб.; 259 крб.; 148 крб.; 222 крб.;
- б) 106,07 крб.; 93,33 крб.; 100 крб.
26. а) 40 х. і 60 х.; б) 70 х. і 50 х.
27. а) 2 крб. 06 коп.; б) 2 крб. 60 к.
28. а) 165 мар. 12 пф.; б) 325 фр. 58 сант.; в) 8 мар. 49 пф. (звич. рах.) або 8 мар. 61 пф. (ком. рах.).
29. а) 856 крб. 1 к.; б) 1189 крб.
30. а) 21; б) 45; в) 90.
31. а) 12431,25 кв. саж.; б) 554,5 саж.; в) 117 кв. вершк.; г) 44 вершки,
32. а) 8688 кв. саж.; б) 9361,24 кв. саж.; в) 10,08 кв. саж.
33. а) 6,59 арш.; б) 7,53 кв. саж.
34. а) 5397 миль; б) 9268577 кв. миль.
35. а) 0,482352 куб. саж.; б) 3,7104 кв. саж.;
- в) 0,03768 куб. саж.; г) 12,35 куб. саж.
36. а) 13,76 куб. саж.; б) 3,07 куб. саж.; в) 0,543 куб. саж.
37. а) 0,125 саж.; б) 0,79 саж.; в) 11,94 кв. саж.;
- г) 7,76 кв. саж.; б) 0,32 куб. саж.
38. 0,996 куб. арш.

З М І С Т.

	стор.		стор.
I. Система рахунку	3	а) На порядкову одиницю	19
II. Чотири дії	4—12	б) На одноциферне число	20
1. Додавання	4	в) На многократно по- рядкової одиниці	20
2. Віднімання	5	г) На многоциферне число без нулів з пра- вого боку	20
3. Множення	6	2. Множення десят- кових дробів на десяткові дробі	21
а) Множення на звичайні одиниці	6	5. Ділення	22
б) Множення на много- циферне число	6	1. Ділення десятко- вих дробів на цілі числа	22
4. Ділення	7	2. Ділення десятко- вих дробів на де- сяткові дробі	23
5. Повторення	9	VI. Звичайні дробі	25—30
6. Провірка	10	1. Загальні поняття	25
7. Рахування в думці	11	2. Додавання і віднімання	27
8. Подільність чисел	11	3. Множення	29
9. Про нуль	12	а) Множення дробу на ціле число	29
III. Мірні числа	13—15	4. Ділення	30
1. Роздріб	13	а) Ділення дробу на ціле число	30
2. Переобраз	13	VII. Обчислення вартости	31—33
3. Рахунок часу	14	VIII. Пропорціональні величини	33
а) Довгочасність	14	IX. Зворотні пропорціональ- ні величини	34
б) Початковий мент	15	X. Метрична міра	35
г) Кінцевий мент	15	XI. Порівнююча таблиця вершків, цаль і сантиметрів	36
IV. Ріжні способи рахунків	15—17	XII. Порівнююча таблиця кілометра, веретви, милі	36
1. Додавання	15	XIII. Ваги та міра на Україні	38
2. Множення на окремі множеники	16		
3. Поділ за помічу розкла- ду на множеники	16		
4. Множення	17		
5. Повірка за помічу 9	17		
V. Десяткові дробі	17—25		
1. Означення	17		
2. Додавання	18		
3. Віднімання	19		
4. Множення	19		
1. Множення десят- кових дробів на цілі числа	19		

	стор.		стор.
XIV. Перетворення чужоземних мір, ваги та грошей на українські і навенак	39—40	Ріжні задачі	65—67
XV. Правило товариства, або пропорціонального поділу	40	Таблиці	68—77
XVI. Правило мішанини	41—44	I. Пітагорова таблиця множення	68
1. Потрібно знайти відношення	42	II. Видатні числа і їх частини	68
2. Треба знайти ціну	43	III. Таблиця множення від 11×11 до 30×30	69
XVII. Правило відсотків	44—45	IV. Таблиця квадратів і кубів чисел від 1 до 100	70
а) Треба знайти процентні гроші	44	Таблиці перетворення мір	71—75
б) Треба знайти капітал	45	А. Метричн. на українських	71—73
в) Треба знайти час	45	I. Лінійні міри	71
г) Треба знайти кількість відсотків	45	II. Квадратові міри	72
XVIII. Дисконт векселів	46	III. Кубічні міри і міри місткості	72
XIX. Курсові обчислення	46—50	IV. Міри ваги	73
XX. Комерційні обчислення	50—54	Б. Українських на метричні	74—75
а) Розрахунок на виріб 20 м'яких канап	53	Перетворення десяткової ваги на аптичну і навспак	75
XXI. Обчислення поверхонь та об'ємів	54—67	Вічний календар	77
		Монети, міри та вага у різних державах	78
		Відповіді на задачі	83



Відень. Друкарня Ігн. Штайнмана, т. з о. п.

524

